

ISABELLA GONDIM AMATUZZI

**GERAÇÃO OTIMIZADA DA GRADE HORÁRIA
DAS DISCIPLINAS DO CICLO BÁSICO DA
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP**

São Paulo
2021

ISABELLA GONDIM AMATUZZI

**GERAÇÃO OTIMIZADA DA GRADE HORÁRIA
DAS DISCIPLINAS DO CICLO BÁSICO DA
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para ob-
tenção do Diploma de Engenharia de
Produção.

São Paulo
2021

ISABELLA GONDIM AMATUZZI

**GERAÇÃO OTIMIZADA DA GRADE HORÁRIA
DAS DISCIPLINAS DO CICLO BÁSICO DA
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para ob-
tenção do Diploma de Engenharia de
Produção.

Orientador:

Leonardo Junqueira

São Paulo
2021

À minha família e meus amigos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família por todo o apoio e por acreditarem na minha capacidade. Aos meus pais por me motivarem e me darem as condições necessárias para meu sucesso. E à minha irmã, por me inspirar a me esforçar para atingir meus objetivos.

Aos meus amigos, por todos os momentos compartilhados e por me darem suporte ao longo dos anos.

A todos os meus professores durante a graduação na Escola Politécnica, que dedicaram seu tempo para me ensinar e contribuiriam para minha formação pessoal, profissional e acadêmica.

Em especial, agradeço a meu orientador, Prof. Dr. Leonardo Junqueira, pela paciência e apoio e pela contribuição inestimável durante o desenvolvimento deste Trabalho de Formatura.

“
People often ask me if I know the secret
of success and if I could tell others how
to make their dreams come true. My
answer is, you do it by working.
”

– Walt Disney

RESUMO

O agendamento de aulas em universidades, definindo a grade horária dos alunos dos cursos e das turmas das disciplinas no início de cada período letivo, é uma das principais atividades nestas instituições educacionais. A elaboração manual desta tarefa gera grande esforço realizado por parte dos coordenadores envolvidos, podendo exigir dias de dedicação para finalização e, ainda assim, resultar em uma versão não otimizada do agendamento, não estando de acordo com as preferências de professores e alunos. Este problema é enfrentado no Ciclo Básico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, em que os coordenadores elaboram de forma manual a grade horária de cada um dos quatro períodos no início de cada ano. O foco deste Trabalho de Formatura é a aplicação de técnicas de Pesquisa Operacional para solução de Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades no caso real enfrentado por esta instituição. Após estudo desta categoria de problemas, com a revisão da literatura na área de pesquisa, e conversas com os coordenadores para levantamento das especificidades associadas ao caso, é elaborado um modelo de otimização original que captura em detalhes as principais características do problema analisado e tem como objetivo a alocação dos alunos nas turmas das disciplinas, cujas aulas são alocadas a horários e dias de um horizonte de planejamento. Dentre os aspectos abordados pelo modelo estão: a eliminação de conflitos de horário, impedindo a alocação de aulas no mesmo dia e horário para um mesmo grupo de alunos; o respeito à carga horária de cada curso, devendo todos os alunos ser alocados à exatamente uma turma de todas as disciplinas de sua grade curricular e à carga horária exigida por estas; e a consideração das características de cada disciplina, atendendo a frequência, duração, número de turmas e disponibilidade de professores. Além disso, o modelo busca contemplar as preferências de professores e alunos por meio da função objetivo, que inclui a minimização dos seguintes elementos: o número de disciplinas com encontros em dias consecutivos do horizonte de planejamento; o número de janelas na grade horária dos alunos; o número de dias em que um grupo de alunos possui aulas; o número de dias em que aulas das turmas de uma dada disciplina são ministradas; o número máximo de alunos em turmas de uma dada disciplina. Após a elaboração do modelo matemático, o mesmo é implementado na linguagem *Python* e o resolvidor *Gurobi* é utilizado para a realização de experimentos computacionais que geram a grade horária para cada um dos quatro períodos do Ciclo Básico. Os benefícios gerados pela automatização da geração de grades horárias por meio do modelo matemático incluem a praticidade e redução do esforço demandado pelo coordenadores, além da maior aderência às preferências de professores e alunos. Além disso, o modelo proposto pode vir a ser estendido para incorporar outros aspectos relacionados ao agendamento de aulas, como decisões relacionadas ao ensino híbrido e outras preferências de professores e alunos.

Palavras-chave: Geração de Grades Horárias, Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades, Modelagem Matemática, Otimização

ABSTRACT

University course timetabling, defining the schedule of courses students and subjects classes in the beginning of each school term, is one of the main activities in these educational institutions. The manual elaboration of this task requires great effort from the coordinators involved, that may demand days of dedication to be finalized and, even so, it can result in a non-optimized version of the schedule, not aligned with teachers' and students' preferences. This problem is faced in the Basic Cycle at Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, in which coordinators manually elaborate the timetable for each one of the four semesters at the beginning of each year. The focus of this Graduation Project is the application of Operational Research techniques to solve the University Course Timetabling Problem in the real case faced by this institution. After the study of this category of problems, with literature review in this research area, and meetings with the coordinators to collect the main features related to the case at hand, it is elaborated an original optimization model that captures in detail the main characteristics of the analyzed problem and aims to allocate students in subjects classes, whose lessons are allocated to time slots and days of the planning horizon. Among the aspects covered by the model there are: elimination of time conflicts, preventing the allocation of lessons on the same day and time slot for the same group of students; respecting the workload of each course, with all students being allocated to exactly one class of all subjects in their curriculum and the workload required by them; and considering the characteristics of each subject, addressing frequency, duration, number of classes and availability of teachers. In addition, the model seeks to contemplate the preferences of teachers and students through the objective function, which includes the minimization of the following elements: the number of subjects with meetings on consecutive days of the planning horizon; the number of windows in the students' timetable; the number of days a group of students has lessons; the number of days in which lessons in a given subject are taught; the maximum number of students in classes of a given subject. After the elaboration of the mathematical model, it is implemented in the *Python* language and the *Gurobi* solver is used to carry out computational experiments that generate the timetable for each of the four semesters of the Basic Cycle. The benefits generated by automating the elaboration of timetables through the mathematical model include the practicality and reduction of the effort required by coordinators, in addition to greater adherence to the preferences of teachers and students. Furthermore, the proposed model can be extended to incorporate other aspects related to course timetabling, such as decisions related to hybrid teaching and other teachers' and students' preferences.

Keywords: Timetabling, University Course Timetabling Problem, Mathematical Modeling, Optimization

LISTA DE FIGURAS

1	Estrutura do Capítulo de Fundamentação Teórica.	21
2	Publicações sobre Agendamento Educacional por ano.	25
3	Exemplo de grade horária gerada pela ferramenta PowerCubus.	37
4	Exemplo de grade horária gerada pela ferramenta Urânia.	39
5	Esquematização do Problema de Agendamento de Aulas para o Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP.	44
6	Grade horária gerada pelos Coordenadores do Ciclo Básico para o Primeiro Período de 2020.	45
7	Associação das principais variáveis de decisão do modelo elaborado.	52
8	Grade horária proposta como a solução do problema para o Primeiro Período da Grande Área Civil.	63
9	Grade horária proposta como a solução do problema para o Primeiro Período da Grande Área Elétrica.	64
10	Grade horária proposta como a solução do problema para o Primeiro Período da Grande Área Mecânica.	65
11	Grade horária proposta como a solução do problema para o Primeiro Período da Grande Área Química.	66
12	Grade horária proposta como a solução do problema para o Segundo Período da Grande Área Civil.	69
13	Grade horária proposta como a solução do problema para o Segundo Período da Grande Área Elétrica.	70
14	Grade horária proposta como a solução do problema para o Segundo Período da Grande Área Mecânica.	71
15	Grade horária proposta como a solução do problema para o Segundo Período da Grande Área Química.	72

16	Grade horária proposta como a solução do problema para o Terceiro Período da Grande Área Civil.	75
17	Grade horária proposta como a solução do problema para o Terceiro Período da Grande Área Elétrica.	76
18	Grade horária proposta como a solução do problema para o Terceiro Período da Grande Área Mecânica.	77
19	Grade horária proposta como a solução do problema para o Terceiro Período da Grande Área Química.	78
20	Grade horária proposta como a solução do problema para o Quarto Período da Grande Área Civil.	80
21	Grade horária proposta como a solução do problema para o Quarto Período da Grande Área Elétrica.	81
22	Grade horária proposta como a solução do problema para o Quarto Período da Grande Área Mecânica.	82
23	Grade horária proposta como a solução do problema para o Quarto Período da Grande Área Química.	83

LISTA DE TABELAS

1	Resumo de Aplicações de Pesquisa Operacional em Educação.	24
2	Comparação entre Problemas de Agendamento no Ensino Médio e em Uni- versidades.	27
3	Resumo de Problemas de Agendamento na área da educação.	28
4	Restrições aplicadas em estudos em Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades.	33
5	Resumo das principais abordagens de solução para Problemas de Agenda- mento de Aulas em Universidades.	35
6	Índices e conjuntos da modelagem.	49
7	Parâmetros da modelagem.	50
8	Variáveis de decisão da modelagem.	51
9	Número de alunos e blocos por curso do Primeiro Período da Escola Po- litécnica da USP.	62
10	Número de alunos e blocos por curso do Segundo Período da Escola Po- litécnica da USP.	68
11	Número de alunos e blocos por curso do Terceiro Período da Escola Po- litécnica da USP.	74
12	Número de alunos e blocos por curso do Quarto Período da Escola Po- litécnica da USP.	79
13	Resumo das principais informações dos experimentos computacionais rea- lizados.	84
14	Informações sobre as disciplinas do Primeiro Período.	97
15	Códigos das disciplinas oferecidas no Primeiro Período.	98
16	Valores das variáveis de decisão associadas às disciplinas do Primeiro Período.	99
17	Valores das variáveis de decisão associadas aos cursos do Primeiro Período.	100
18	Informações sobre as disciplinas do Segundo Período.	102

19	Códigos das disciplinas oferecidas no Segundo Período.	103
20	Valores das variáveis de decisão associadas às disciplinas do Segundo Período.	104
21	Valores das variáveis de decisão associadas aos cursos do Segundo Período.	105
22	Informações sobre as disciplinas do Terceiro Período.	107
23	Códigos das disciplinas oferecidas no Terceiro Período.	108
24	Valores das variáveis de decisão associadas às disciplinas do Terceiro Período.	109
25	Valores das variáveis de decisão associadas aos cursos do Terceiro Período.	110
26	Informações sobre as disciplinas do Quarto Período.	112
27	Códigos das disciplinas oferecidas no Quarto Período.	113
28	Valores das variáveis de decisão associadas às disciplinas do Quarto Período.	114
29	Valores das variáveis de decisão associadas aos cursos do Quarto Período. .	115

SUMÁRIO

1	Introdução	17
1.1	Parcerias e Motivação	18
1.2	Objetivos do Trabalho	19
1.3	Estrutura do Trabalho	19
2	Fundamentação Teórica	21
2.1	Aplicações de Pesquisa Operacional na Área da Educação	22
2.2	Problemas de Agendamento em Educação	24
2.3	Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades	28
2.3.1	Definição de Variáveis	30
2.3.2	Funções Objetivo	30
2.3.3	Restrições Contempladas	31
2.4	Abordagens de Solução para Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades	34
2.5	Soluções Atuais para Problemas de Agendamento de Aulas	35
3	Descrição do Problema	40
3.1	Instituição Estudada	40
3.2	Delimitação do Estudo	40
3.3	Problema Abordado	41
4	Modelagem Matemática	48
4.1	Definição de Elementos, Conjuntos e Variáveis do Modelo Matemático	48
4.2	Função Objetivo e Restrições do Modelo Matemático	52
5	Experimentos Computacionais e Resultados	60

5.1	Primeiro Período	61
5.2	Segundo Período	67
5.3	Terceiro Período	73
5.4	Quarto Período	79
5.5	Consolidação das Análises Realizadas e Principais Insights	84
6	Conclusões e Perspectivas Futuras	88
	Referências	90
	Anexo A – Detalhamento do Primeiro Período	96
	Anexo B – Detalhamento do Segundo Período	101
	Anexo C – Detalhamento do Terceiro Período	106
	Anexo D – Detalhamento do Quarto Período	111

1 INTRODUÇÃO

A educação é um direito fundamental de todos e essencial para o exercício de outros direitos humanos (UNESCO, 2020). A área da Educação inclui a educação básica, que compreende a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio, e o ensino superior, e a temática atrai relevantes investimentos do setor público (JOHNES, 2015). Em 2017, os 35 países da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (*Organization for Economic Cooperation and Development*, em inglês)¹ apresentaram gastos totais em instituições educacionais de, em média, 4,9% do PIB (NCES, 2021).

Dada a importância desta temática, diversas técnicas de Pesquisa Operacional (PO) têm sido aplicadas a questões relacionadas a ela. As aplicações de PO em problemas da área de Educação incluem decisões governamentais de quais recursos devem ser alocados a ela e como estes devem ser divididos entre setores e instituições educacionais. Também são tratadas questões da mensuração da eficiência da operação de instituições e como aprimorá-la por meio da alocação de recursos. Além disso, governos podem utilizar esta área de pesquisa para tomar decisões relacionadas à criação e ao fechamento de instituições e à roteirização de veículos de transporte de alunos. Dentro das instituições educacionais, a aplicação de PO por coordenadores inclui a alocação orçamentária e o agendamento de aulas (JOHNES, 2015).

A geração de grades horárias, definindo a agenda dos alunos dos cursos e das turmas das disciplinas, é uma importante atividade administrativa que deve ser realizada em todas as universidades no início de cada período letivo. Os casos reais vistos em instituições educacionais podem envolver centenas ou milhares de variáveis e de restrições, entre elas: físicas, como de salas de aula, laboratórios e auditórios; de recursos humanos, como professores e alunos; e intangíveis, como dias, horários, cursos e disciplinas (ABDELLAHI; ELEDUM, 2017). Esta tarefa consome diversos recursos, principalmente quando realizada manualmente pelos coordenadores, podendo chegar a consumir dias dos envolvidos neste

¹Organização composta atualmente por 37 países que coleta e publica dados de seus países membros (NCES, 2021).

processo (PETROVIC; BURKE, 2004).

Dessa forma, a Pesquisa Operacional tem sido cada vez mais utilizada para a elaboração de modelos matemáticos que realizem de forma automática o agendamento das aulas de disciplinas em uma quantidade limitada de salas e horários. Além de automatizar a tarefa, poupando tempo dos responsáveis, o uso de técnicas e abordagens de programação matemática pode considerar preferências de alunos e professores (SCHAERF, 1999).

Assim como em outras universidades, este problema é enfrentado pelos coordenadores do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP. Este é o período que compreende os quatro semestres iniciais dos cursos de engenharia oferecidos pela Escola, que envolvem as disciplinas comuns para todos os alunos. Pelos diversos cursos, com diferentes currículos, e pelas várias disciplinas envolvidas no problema de geração de grades horárias do Ciclo Básico, este problema possui diversas variáveis e restrições e, conseqüentemente, uma alta complexidade. Atualmente, as quatro grades são geradas manualmente pelos coordenadores no início de cada ano, demandando um esforço de diversos dias.

Este Trabalho de Formatura tem como objeto de estudo o Problema de Agendamento de Aulas no Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP. O estudo envolverá a realização da revisão de literatura sobre a aplicação da Pesquisa Operacional na área da Educação, mais especificamente para a solução do Problema de Agendamento de Aulas em Universidades. Em seguida, a metodologia de PO será aplicada ao problema real observado na instituição parceira, com o objetivo de realizar a geração automatizada das quatro grades horárias do Ciclo Básico da Escola.

1.1 Parcerias e Motivação

O presente Trabalho de Formatura foi realizado em parceria com os Coordenadores do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP, visando tornar o estudo do Problema de Agendamento de Aulas em Universidades aplicável à situação real da Escola. A parceria com os coordenadores permitiu entender as demandas reais envolvidas no agendamento de aulas no Ciclo Básico para a formulação do modelo matemático. A utilização de informações reais enriquece o estudo, visto que permite o entendimento das limitações da realidade da Escola em relação às modelagens teóricas de Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades.

A principal motivação deste Trabalho de Formatura é a dificuldade enfrentada todos

os anos pelos Coordenadores do Ciclo Básico para a elaboração das grades horárias dos quatro períodos envolvendo 11 cursos de engenharia da Escola Politécnica da USP. Outros motivadores incluem a contribuição para a maior satisfação dos corpos discente e docente da Escola, com a consideração das preferências das partes interessadas no agendamento das aulas.

1.2 Objetivos do Trabalho

O principal objetivo deste Trabalho de Formatura consiste na aplicação da teoria de Pesquisa Operacional a um problema real enfrentado pelos Coordenadores do Ciclo Básico, e também pelos corpos docente e discente, da Escola Politécnica da USP, buscando automatizar o agendamento de disciplinas do Ciclo Básico, atualmente realizada de forma manual pelos coordenadores. Assim, será desenvolvido um modelo matemático específico e original para a representação do problema, que contempla os aspectos de agendamento das disciplinas dos quatro primeiros semestres dos cursos de engenharia. Este modelo será então implementado na linguagem Python, e o resolvedor *Gurobi* será utilizado para a realização de experimentos computacionais, de modo a se obter uma versão otimizada destas grades horárias, definindo as turmas de disciplinas compostas por blocos de alunos e seus devidos horários de aula ao longo de cada período.

1.3 Estrutura do Trabalho

Este Trabalho de Formatura está estruturado em sete capítulos:

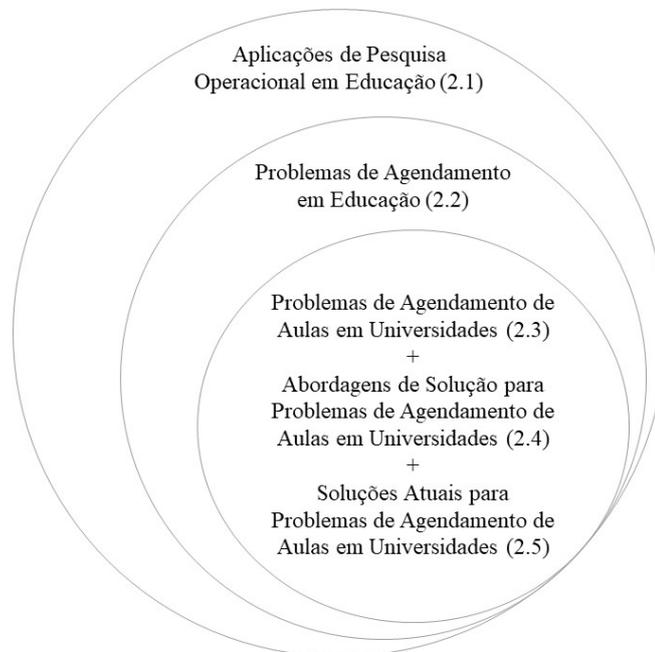
- I. Introdução: Consiste na apresentação inicial da temática do presente Trabalho de Formatura, estabelecendo os objetivos e as motivações para a realização do mesmo.
- II. Fundamentação Teórica: Apresenta um estudo teórico, realizado a partir da revisão da literatura, abordando a temática do trabalho desde a aplicação de Pesquisa Operacional em Educação até o detalhamento dos Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades e suas soluções atuais.
- III. Descrição do Problema: Apresenta em detalhes a instituição parceira e o problema abordado, definindo as peculiaridades que deverão ser inclusas na modelagem matemática para atender às especificações das partes interessadas e resolver o problema na instituição.

- IV. Modelagem Matemática: Detalha o modelo matemático elaborado para descrever o problema abordado por meio da definição de índices e conjuntos, parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e restrições.
- V. Experimentos Computacionais e Resultados: Apresenta a validação do modelo matemático elaborado por meio de experimentos computacionais, além de expor e analisar os resultados obtidos por meio deles.
- VI. Conclusões e Perspectivas Futuras: Apresenta os principais resultados e conclusões obtidos por meio do estudo e discute futuras extensões do modelo para refinamento da solução.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esse capítulo apresenta a fundamentação teórica do Trabalho de Formatura, resultado do estudo de referências em Pesquisa Operacional na área da Educação, com foco em universidades. Inicialmente, o tema será abordado de forma ampla, explorando como a linha de pesquisa pode ser aplicada em Educação de maneira geral. Posteriormente, será realizado um estudo mais específico, relacionado a Problemas de Agendamento neste setor, específicos para ensino médio, para avaliações e para aulas em universidades. Por fim, este último será detalhado mais a fundo, sendo ele o conjunto em que se encaixa o problema abordado neste Trabalho de Formatura. A estruturação desse capítulo está ilustrada na Figura 1, destacando os tópicos abordados e as respectivas seções.

Figura 1: Estrutura do Capítulo de Fundamentação Teórica.



0

Fonte: Elaborado pela autora.

2.1 Aplicações de Pesquisa Operacional na Área da Educação

O termo Pesquisa Operacional (PO) foi inicialmente utilizado pela Inglaterra durante a Segunda Guerra Mundial, pelo setor militar, como referência à pesquisa científica realizada para integrar novas tecnologias de radar à Força Aérea. Em 1941, o termo passou a ser utilizado, também, para referenciar pesquisas realizadas para ajudar no desenvolvimento de táticas e planejamento de operações de combate. Após a Guerra, as técnicas de PO começaram a ser aplicadas em problemas em negócios, indústria e sociedade (INFORMS, 2021).

Apesar de ter sido rapidamente incorporada por empresas em suas operações como forma de adquirir vantagem competitiva e, conseqüentemente, lucro, a adoção de Pesquisa Operacional na Educação foi lenta, devido à ausência de uma motivação econômica (JOHNES, 2015). Na década de 1960, algumas publicações revelando os problemas enfrentados na Educação incentivaram pesquisadores da área de Pesquisa Operacional a estudarem soluções no setor. Por exemplo, Platt (1962) discute a tomada de decisões necessária na política educacional, como quanto investir e onde alocar os recursos na área da Educação.

Segundo Johnes (2015), os principais temas abordados pela Pesquisa Operacional na área de Educação são relacionados a planejamento e alocação de recursos, eficiência e desempenho, e roteamento e agendamento. Estes temas serão detalhados a seguir.

- I. Planejamento e alocação de recursos: Esses problemas buscam prever a quantidade de alunos que deverão ser atendidos pelo sistema educacional, auxiliando, por exemplo, na política de admissões de uma instituição. Além de otimizar o número de alunos servidos, o uso de técnicas de Pesquisa Operacional também pode ajudar na definição de quanto recurso será alocado e em que ele será alocado.
 - Planejamento educacional: A aplicação de Pesquisa Operacional no planejamento educacional pode ser exemplificada pelo modelo determinístico de Oliver e Hopkins (1972), que utilizou dados de admissões e matrículas, assim como taxas de desistência e razão professor-aluno, para definição da demanda efetiva de alunos.
 - Alocação de recursos: Haelermans, Witte e Blank (2012) exemplifica o estudo de alocação ótima de recursos, considerando gerenciamento, professores, equipe de suporte e materiais, em escolas secundárias, utilizando um modelo de eficiência com restrição orçamentária.

II. Mensuração de eficiência e desempenho: Neste tema, a Pesquisa Operacional é utilizada para o desenvolvimento de métodos ou técnicas para estimativa de eficiência em instituições educacionais. Os resultados de tal aplicação podem, por exemplo, auxiliar na reforma escolar, em que é adotado padrão de desempenho para professores, alunos e escolas.

- Estimativa de desempenho: Bifulco e Bretschneider (2001) exemplificam a análise do desempenho de dois métodos de mensuração de performance da produção educacional, *Data Envelopment Analysis* (DEA) e *Corrected Ordinary Least Squares* (COLS).

III. Roteamento e agendamento: Neste tema estão inclusos problemas de roteamento e programação de veículos, como a definição das rotas e dos horários de ônibus de transporte de alunos e de entrega de alimentação para as cantinas. Também estão inclusos nesta classificação os problemas que visam destinar alunos e professores a grupos, salas, instituições e horários. Esse tema inclui o problema abordado neste Trabalho de Formatura, que é o de agendamento de aulas em universidades por meio da geração de grades horárias.

- Roteamento e programação de veículos: Fügenschuh (2009) exemplifica o estudo da coordenação do horário escolar com o funcionamento da rede pública de transporte estudantil em áreas rurais da Alemanha, utilizando para isso um modelo de programação linear inteira.
- Designação de alunos a grupos: Redmond (2001) é exemplo do desenvolvimento de um programa computacional para otimização de geração de grupos para trabalhos escolares considerando a disponibilidade dos membros, de forma a maximizar o tempo em que o grupo pode se juntar fora da sala de aula.
- Agendamento de avaliações e aulas: Neste conjunto se encaixa o problema abordado neste Trabalho de Formatura. Exemplo de aplicação de Pesquisa Operacional em agendamento educacional é Daskalaki, Birbas e Housos (2004), em que é formulado um modelo de programação inteira para o agendamento de aulas em uma universidade.

A Tabela 1 consolida as principais aplicações de Pesquisa Operacional na área da Educação apresentadas nesta seção.

Tabela 1: Resumo de Aplicações de Pesquisa Operacional em Educação.

Tema	Subtema	Exemplo
Planejamento e alocação de recursos	Planejamento educacional	Oliver e Hopkins (1972)
	Alocação de recursos	Haelermans, Witte e Blank (2012)
Mensuração de eficiência e desempenho	Estimativa de desempenho	Bifulco e Bretschneider (2001)
Roteamento e agendamento	Roteamento e programação de veículos	Fügenschuh (2009)
	Designação de alunos a grupos	Redmond (2001)
	Agendamento de avaliações e aulas	Daskalaki, Birbas e Housos (2004)

Fonte: Elaborado pela autora.

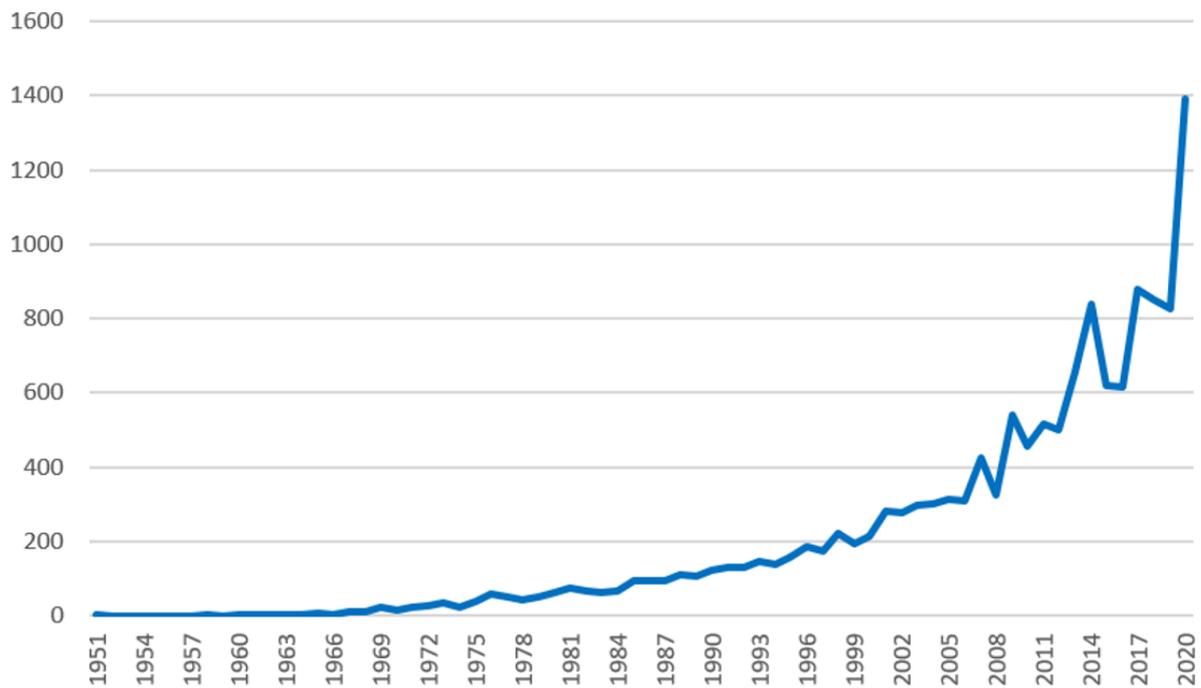
Na próxima seção, serão detalhados os Problemas de Agendamento em Educação, que incluem Problemas de Agendamento de Aulas e de Problemas de Agendamento de Avaliações.

2.2 Problemas de Agendamento em Educação

Problemas de Agendamento (*Scheduling Problems*, do inglês) envolvem a alocação ótima de recursos ou operações ao longo do tempo disponível (KARGER; STEIN; WEIN, 1999). Estes são, em geral, problemas de otimização *NP-hard* que possuem aplicação em uma ampla gama de setores, como educação, transporte, saúde, etc. Esta seção apresenta em mais detalhes os Problemas de Agendamento de Aulas e Avaliações (*Timetabling Problems*, do inglês), subconjunto do tema de roteamento e agendamento em educação, como classificado na seção anterior.

Segundo Schaerf (1999), Problemas de Agendamento Educacional (*Educational Timetabling Problems*, do inglês) são aqueles em que se deve designar atividades (como aulas e palestras) a recursos (como professores, horários e locais) satisfazendo determinadas restrições. A solução automatizada destes problemas é relevante visto que muitas instituições ainda realizam o agendamento de disciplinas manualmente, consumindo muito tempo dos responsáveis por tal tarefa. Como observado na Figura 2, o início das aplicações de Pesquisa Operacional em Problemas de Agendamento em Educação se deu entre 1960 e 1970 e sofreu um crescimento acelerado na última década.

Figura 2: Publicações sobre Agendamento Educacional por ano.



Fonte: Dimensions (2021). Elaborado pela autora.

Atualmente, percebe-se crescente interesse no estudo de agendamento educacional automatizado, em especial em universidades. Além disso, o campo de pesquisa atraiu ainda mais interesse da comunidade científica com a realização da primeira Competição Internacional de Agendamento, em 2002 (ITC-2002) (BETTINELLI et al., 2015). Essa competição, cujo sucesso resultou em diversas publicações, foi seguida pela Segunda Competição Internacional de Agendamento, em 2007 (ITC-2007). Esta última foi segmentada em três categorias: Agendamento de Avaliações (*Examination Timetabling*, do inglês), Agendamento de Cursos com Base em Matrícula (*Post-Enrollment Course Timetabling*, do inglês), e Agendamento de Cursos com Base em Currículo (*Curriculum-based Course Timetabling*, do inglês) (GASPERO; MCCOLLUM; SCHAERF, 2007).

Os três principais tipos de problemas de agendamento educacional na literatura são: Agendamento para Ensino Médio (*High School Timetabling*, do inglês), Agendamento de Avaliações em Universidades (*University Exams Timetabling*, do inglês) e Agendamento de Aulas em Universidades (*University Course Timetabling*, do inglês) (KINGSTON, 2013). Neste último está contido problema abordado neste Trabalho de Formatura. A seguir serão detalhados estes três tipos de problemas.

- I. Problemas de Agendamento para Ensino Médio: Estes são principalmente voltados para a designação de professores a aulas de disciplinas e turmas de alunos, construindo uma agenda para os professores, visto que os alunos cursam um currículo pré-definido (CARTER; LAPORTE, 1998). A quantidade de estudos nesse tema é menor, com avanço mais devagar, quando comparado com a aplicação em universidades. Isso ocorre provavelmente devido ao isolamento dos estudos em escolas, mais específicos, e à menor variedade de problemas abordados, além de os métodos de solução terem sido menos testados em problemas (PILLAY, 2014). Apesar disso, o Brasil é muito relevante em pesquisas neste tema, sendo os casos brasileiros os mais representados na literatura (KRISTIENSEN; STIDSEN, 2013). Um exemplo de estudo deste problema é Birbas, Daskalaki e Housos (2009), em que é utilizada programação inteira para, primeiramente, alocar professores em turnos de trabalho, e, em seguida, é resolvido o modelo de geração de grades horárias propriamente dito.
- II. Problemas de Agendamento de Avaliações em Universidades: Estes problemas envolvem designar avaliações a períodos disponíveis de forma a atender restrições que impedem conflitos. Por exemplo, alunos não podem realizar mais de um exame no mesmo horário (CARTER; LAPORTE; LEE, 1996). Exemplo de aplicação de tal problema é Carter, Laporte e Lee (1996), em que é elaborado um sistema de agendamento de avaliações computadorizado e estratégias algorítmicas para solução do problema são analisadas e comparadas.
- III. Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades: Estes problemas compreendem o agendamento periódico, geralmente semanal, de todas as aulas de um conjunto de disciplinas de um curso universitário, eliminando o conflito de aulas de um mesmo aluno (SCHAERF, 1999). Em Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades, deve-se associar uma disciplina cursada por um grupo de alunos a um professor, horário e uma sala específicos (AZIZ; AIZAM, 2018). Os Problemas de Agendamento de Avaliações e o de Aulas em Universidades são bastante similares, visto que ambos buscam designar eventos a horários e recursos. A principal diferença entre os problemas é que, enquanto o Problema de Agendamento de Avaliações inclui como preferência a maior distribuição de provas nos horários disponíveis para permitir mais tempo de estudo aos alunos, o Problema de Agendamento de Aulas visa gerar uma grade mais compacta (KINGSTON, 2013). Neste tema está incluso o problema que será tratado nesse Trabalho de Formatura, em que serão agendadas as aulas das disciplinas do Ciclo Básico da Escola Politécnica. Exemplo de tal problema é Daskalaki, Birbas e Housos (2004), que apresenta uma formulação de programação inteira

para um Problema de Agendamento de Aulas em Universidades. Utilizando como objetivo a minimização de uma função linear de custo, são atendidas preferências de período trabalhado de professores.

Os problemas voltados para o Ensino Médio escolar diferem daqueles específicos para Universidades devido à menor flexibilidade dos programas. Enquanto em Universidades o aluno possui maior liberdade para escolha de disciplinas, horários e professores, o problema de agendamento em escolas de Ensino Médio é bastante rígido, e a principal dificuldade é garantir que os alunos sejam alocados nas disciplinas de seus programas (CARTER; LAPORTE, 1998). Além disso, em Universidades professores costumam dar apenas um curso, enquanto no Ensino Médio estes podem ministrar diversas disciplinas. Enquanto na Universidade a capacidade de salas é bastante relevante, em escolas essa restrição pode ser negligenciada, visto que se pode assumir que cada turma de alunos está alocada fixamente à uma sala (SCHAERF, 1999). A Tabela 2 apresenta os principais pontos de divergência entre Problemas de Agendamento aplicados a escolas de Ensino Médio em comparação com aqueles aplicados em Universidades.

Tabela 2: Comparação entre Problemas de Agendamento no Ensino Médio e em Universidades.

Característica	Ensino Médio	Universidade
Agendamento	Por classe	Por estudante
Escolha	Poucas escolhas Programas estruturados	Muitas disciplinas eletivas Programas flexíveis
Disponibilidade de professores	Rígido (carga pesada)	Flexível (carga leve)
Salas	Poucas salas Mesmo tamanho Localização central	Muitas salas Variedade de tamanhos Descentralizadas
Carga estudantil	Bastante rígido (todo o dia ocupado)	Bastante flexível
Critério	Nenhum conflito	Conflitos mínimos

Fonte: Carter e Laporte (1998). Adaptado pela autora.

A Tabela 3 apresenta um resumo dos problemas apresentados nesta seção, incluindo uma breve descrição e exemplos de aplicação em artigos.

Tabela 3: Resumo de Problemas de Agendamento na área da educação.

Tema	Subtema	Exemplo de aplicação
Problema de Agendamento para Ensino Médio	Alocação de aulas a horários, professores e salas, satisfazendo restrições.	Birbas, Daskalaki e Housos (2009) Tan et al. (2021) Stefano e Tettamanzi (2001)
Problema de Agendamento de Avaliações em Universidades	Agendamento de avaliações para alunos satisfazendo limitação de recursos.	Arntzen e Løkketangen (2005) Burke, Newall e Weare (1995) Carter, Laporte e Lee (1996)
Problema de Agendamento de Aulas em Universidades	Divisão das disciplinas da universidade em seções, e designação de períodos, alunos e salas.	Burke, Newall e Weare (1995) Cacchiani et al. (2013) Daskalaki, Birbas e Housos (2004)

Fonte: Kristiansen e Stidsen (2013). Adaptado pela autora.

2.3 Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades

O agendamento das aulas e avaliações é uma das principais atividades administrativas da maioria das universidades (PETROVIC; BURKE, 2004). O grande tamanho e estrutura das universidades muitas vezes aumenta a complexidade destes problemas, exigindo a dedicação de diversos profissionais de variados departamentos (KRISTIANSSEN; STIDSEN, 2013). Quando realizada manualmente, a tarefa exige elevado esforço, demandando costumeiramente dias de trabalho. Além disso, o resultado pode ser não satisfatório, desconsiderando preferências de alunos e professores (SCHAERF, 1999). Como mencionado anteriormente, os Problemas de Agendamento em Universidade são divididos em agendamento de aulas e de avaliações. Nesta seção, serão explorados os Problemas de Agendamento de Aulas.

Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades consistem em programar um conjunto de aulas de cada disciplina em um número definido de salas e horários (SCHAERF, 1999). Estes problemas podem ser segmentados em duas classificações: Problemas de Agendamento de Cursos com Base em Matrícula e Problemas de Agendamento de Cursos com Base em Currículo (BETTINELLI et al., 2015), conforme mencionados anteriormente. Serão detalhadas ambas as categorias a seguir:

I. Problemas de Agendamento de Cursos com Base em Matrícula: Utilizam como base

dados de matrícula de cada aluno para determinar em que combinação de dia e horário uma determinada aula será alocada de forma que o estudante atenda a todos os eventos em que se matriculou (KRISTIANSEN; STIDSEN, 2013). Nagata (2018) exemplifica tal problema, e neste é proposto um algoritmo baseado em busca em vizinhança para a resolução de problema desta categoria, obtendo elevado desempenho quando comparado com referências da primeira e segunda competições internacionais de agendamento.

II. Problemas de Agendamento de Cursos com Base em Currículo: Estes problemas consideram que um conjunto de disciplinas devem ser atendidas por um aluno para satisfazer as regras de diploma de determinado curso, ou seja, o currículo. Este problema envolve a definição da grade de professores de forma que sejam evitados conflitos de acordo com o currículo (KRISTIANSEN; STIDSEN, 2013). Um exemplo de aplicação de Pesquisa Operacional nesta categoria de problema está em Bagger, Sørensen e Stidsen (2018), em que foi utilizada decomposição de Benders para obtenção da solução. Nesta categoria de Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades está incluso o problema abordado neste Trabalho de Formatura.

Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades envolvem diversos elementos, que serão apresentados em seguida (AZIZ; AIZAM, 2018; BETTINELLI et al., 2015).

- Dias e horários: um horizonte de planejamento, usualmente com duração de 5 ou 6 dias, é dividido em dias e estes por sua vez são divididos em um número fixo de horários. Alguns problemas utilizam a definição de períodos, determinados pela combinação de dia e horário.
- Evento: pode ser uma aula, palestra, tutorial ou laboratório para cada disciplina.
- Recurso: incluem salas, professores, estudantes, etc.
- Cursos e professores: cada disciplina consiste em um conjunto de aulas, ministradas por determinados professores e atendidas por um número determinado de alunos. Podem fazer parte de um currículo.
- Currículo: conjunto de disciplinas que devem ser atendidas por alunos para obtenção de determinado diploma.
- Salas: cada sala é associada a uma capacidade de alunos e quantidade de assentos existentes.
- Conflito: alocação de mais de um recurso em um mesmo local, dia e horário.

2.3.1 Definição de Variáveis

As principais variáveis utilizadas em modelos de Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades estão relacionadas à associação de recursos. Os modelos elaborados para a abordagem destes problemas deverão indicar qual aluno estará alocado para assistir a determinada aula, e professor para ministrá-la, em qual sala, dia e horário. Não existe uma única definição padrão de variáveis de decisão, e esta depende da situação que está sendo tratada pelo modelo. A seguir são apresentados alguns exemplos de variáveis encontradas em modelos de Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades.

- Em Fonseca et al. (2017) é utilizada uma variável binária que indica se um evento iniciará em determinado horário e se está designado a determinado recurso, como, por exemplo, um palestrante.
- Em Petrovic e Burke (2004) uma variável binária é utilizada no modelo para indicar se uma determinada aula está agendada em um dado horário.
- Burke et al. (2010) utilizam uma variável binária para indicar se uma aula é ministrada em determinado horário e sala.

2.3.2 Funções Objetivo

Esta seção apresenta os principais objetivos de modelos de Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades, representados pelas respectivas funções objetivo, identificados por meio do estudo da literatura de tal linha de pesquisa. As funções objetivo neste problema envolvem, em geral, a maximização de preferências de professores e alunos ou a minimização de penalidades para ocorrências indesejadas.

- I. Maximização de preferências de professores: Modelos em que o objetivo é maximizar a alocação de eventos (aulas) em horários preferenciais, tendo cada professor indicado um nível de preferência por cada período (AZIZ; AIZAM, 2018).
- II. Minimização de insatisfação: Modelos que têm como objetivo minimizar o número de conflitos de horário existentes na grade horária dos alunos, ou seja, o número de ocorrências de alocação de duas ou mais aulas no mesmo horário para um mesmo aluno (TRIPATHY, 1992).
- III. Minimização de penalidades: Nestes modelos, violações de restrições *soft*, que podem ser violadas pela solução sem que esta se torne inactível, são penalizadas de acordo

com pesos e visa-se minimizar a penalização total do modelo, ou seja, a violação de restrições *soft* (AKKAN; GÜLCÜ; KUŞ, 2021). Esta função objetivo destaca-se por ter sido utilizada na segunda Competição Internacional de Agendamento (ITC-2007), conseqüentemente, sendo utilizada em diversas publicações.

2.3.3 Restrições Contempladas

Essa seção apresenta pré-requisitos que são normalmente considerados por modelos de Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades presentes em referências bibliográficas do tema, representados pelas respectivas restrições. As restrições serão divididas em duas categorias: restrições *hard*, que não podem ser violadas pela solução sob nenhuma condição, visto que comprometeriam a factibilidade do modelo; e soluções *soft*, que podem ser violadas pela solução sem que esta se torne ineficaz, contudo isso resultará em uma grade horária de menor qualidade.

Algumas das principais restrições *hard* encontradas na literatura são apresentadas a seguir (KRISTIANSEN; STIDSEN, 2013).

- Impedir conflitos de horários, em que dois ou mais eventos são alocados ao mesmo dia e horário da grade, para professores e alunos.
- Impedir sobreposição de eventos em um dado local, permitindo que apenas um seja alocado a uma sala em determinado dia e horário.

No caso das restrições *soft* consideradas na formulação dos problemas presentes na literatura, são enunciadas as principais a seguir (KRISTIANSEN; STIDSEN, 2013).

- A capacidade da sala deve ser respeitada.
- A grade horária do estudante deve ser a mais compacta possível, concentrando eventos no menor número de dias possível do horizonte de planejamento.
- Aulas da mesma disciplina devem ser ministradas sempre na mesma sala.
- Preferências de professores e alunos em relação a salas e horários devem ser atendidas.

A Tabela 4 apresenta as principais restrições encontradas em publicações de Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades. Tais restrições estão classificadas de acordo

com Aziz e Aizam (2018), conforme descrito a seguir. Na última linha da tabela, também é descrito o problema tratado neste Trabalho de Formatura, com propósito de facilitar a comparação e posicionar o mesmo frente aos demais trabalhos da literatura.

- Completude (R1): Todos os eventos demandados pelo estudante devem ser alocados a um dia e horário na grade horária.
- Conflito de recursos (R2): Recursos, incluindo professores, salas e alunos, devem estar alocados a no máximo um evento por dia e horário.
- Carga horária (R3): Compreende o número de horários e dias em que professores ou estudantes possuem eventos alocados em certo horizonte de planejamento. Ambos possuem um número máximo de horas de ensino e aprendizado que devem ser consideradas.
- Disponibilidade de recursos (R4): A quantidade de recursos disponíveis deve ser respeitada e pode ser variável dependendo do dia e horário. Por exemplo, um determinado professor pode não estar disponível para ministrar aulas em algum dia ou horário.

Tabela 4: Restrições aplicadas em estudos em Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades.

Referência	R1	R2	R3		R4			
			Prof.	Aluno	Prof.	Aluno	Sala	Horário
Abdullah, Burke e McCollum (2007a)	X					X		
Abdullah, Burke e McCollum (2007b)		X					X	
Abdullah e Hamdan (2008)		X					X	
Abdullah e Turabieh (2012)	X	X			X		X	
Abuhania e Ivanchenko (2014)		X		X	X	X	X	
Aizam e Caccetta (2014)	X	X	X	X	X		X	
Aladag e Hocaoglu (2007)	X	X		X	X		X	
Aladag, Hocaoglu e Basaran (2009)	X	X		X	X		X	X
Al-Yakoob e Sherali (2007)	X						X	
Aycan e Ayav (2009)		X			X		X	X
Badoni, Gupta e Mishra (2014)		X					X	
Badoni e Gupta (2015)		X					X	
Bakir e Aksop (2008)	X	X	X				X	
Banowosari e Valentine (2011)		X	X	X	X			
Bellio et al. (2016)		X	X	X			X	X
Bolaji et al. (2014)		X					X	
Boland et al. (2008)	X	X			X		X	
Cacchiani et al. (2013)	X	X			X		X	X
Causmaecker, Demeester e Berghe (2006)		X		X			X	
Ceschia, Gaspero e Schaerf (2012)		X					X	X
Chaudhuri e De (2010)		X	X	X	X		X	
Chen e Shih (2013)		X	X					
Dammak et al. (2008)	X	X	X					
Fong et al. (2014)		X					X	
Gunawan, Ng e Poh (2006)		X	X		X		X	
Jat e Yang (2008)		X					X	
Jat e Yang (2009)		X					X	
Lewis e Thompson (2015)		X					X	X
Lukas, Aribowo e Murchi (2012)		X	X	X	X		X	
MirHassani (2006)	X	X	X	X				
Modupe, Olusayo e Olatunde (2014)		X					X	
Oladokun e Badmus (2008)	X	X					X	
Phillips et al. (2017)		X					X	
Pongcharoen et al. (2008)		X	X				X	
Redl (2007)		X	X	X	X		X	
Ribić e Konjicija (2010)		X	X	X	X	X	X	
Schimmelpfeng e Helber (2007)		X	X	X	X		X	
Torres-Ovalle et al. (2014)		X					X	
<i>Este Trabalho de Formatura</i>	X	X			X			X

Fonte: Aziz e Aizam (2018). Adaptado pela autora.

A Tabela 4 permite observar que a principal preocupação em Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades é a de evitar conflitos de recursos. Tais trabalhos

buscam primeiramente garantir que alunos, professores e salas não sejam alocados a mais de um evento no mesmo dia e horário, causando infactibilidade da solução.

2.4 Abordagens de Solução para Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades

Nesta seção, serão abordados alguns dos principais métodos de solução utilizados em publicações de Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades. Os métodos aqui expostos serão Abordagens de Programação Inteira, Algoritmos de Busca Local, Algoritmos Evolucionários e Algoritmos de Coloração de Grafos.

- I. Abordagens de Programação Inteira: Programação Inteira é uma estrutura de modelagem e solução de problemas de otimização discretos. Diferentemente de métodos heurísticos, a programação inteira possui métodos de solução que permitem atingir o resultado ótimo do problema (WOLSEY, 2020).
 - Em Lach e Lübbecke (2012) é exemplificada a utilização de programação inteira na solução do problema proposto pela Segunda Competição Internacional de Agendamento (ITC-2007), adotando dados reais da Universidade de Udine.
- II. Algoritmos de Busca Local: Estes métodos são abordagens que testam diferentes possibilidades de solução dentro de um espaço de busca adotando alterações locais. Entre as meta-heurísticas baseadas em Busca Local estão o Busca Tabu e o *Simulated Annealing* (KRISTIANSEN; STIDSEN, 2013).
 - Um exemplo da aplicação de tal metodologia é visto em Lü e Hao (2010), em que é utilizado um algoritmo de Busca Tabu Adaptativa de três fases para solução de Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades com Base em Currículo.
 - Um exemplo da aplicação de *Simulated Annealing* em agendamento universitário é o trabalho de Bellio et al. (2016), em que é proposto um modelo para a solução de um Problema de Agendamento de Aulas em Universidades com Base em Currículo.
- III. Algoritmos Evolucionários: Este é um conjunto de algoritmos de busca estocásticos baseados em população. Dentro deste grupo, destacam-se os Algoritmos Genéticos como os mais usualmente adotados (BARTZ-BEIELSTEIN et al., 2014).

- Abdelhalim e Khayat (2016) apresentam um Algoritmo Genético para a solução de um Problema de Agendamento de Aulas em Universidades real, que tem como objetivo a maximização de recursos respeitando preferências de professores.

IV. Algoritmos de Coloração de Grafos: Estes são algoritmos que permitem particionar um conjunto de elementos em classes de acordo com regras matemáticas (JENSEN; TOFT, 2011).

- Ganguli e Roy (2017) estudam a aplicação de Algoritmos de Coloração de Grafos em Problemas de Agendamento em Educação.

A Tabela 5 apresenta um resumo das abordagens de solução para Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades abordados nesta seção.

Tabela 5: Resumo das principais abordagens de solução para Problemas de Agendamento de Aulas em Universidades.

Grupo	Algoritmo	Exemplo de aplicação
Algoritmos exatos	Abordagens de Programação Inteira	Lach e Lübbecke (2012)
Algoritmos aproximados	Busca Tabu	Lü e Hao (2010)
	Simulated Annealing	Bellio et al. (2016)
	Algoritmos Genéticos	Abdelhalim e Khayat (2016)
	Algoritmos de Coloração de Grafos	Ganguli e Roy (2017)

Fonte: Elaborado pela autora.

2.5 Soluções Atuais para Problemas de Agendamento de Aulas

Esta seção apresenta algumas soluções presentes no mercado para realização de grades horárias em instituições de ensino. Duas das soluções encontradas no mercado são as ferramentas PowerCubus e Urânia, que serão abordadas com mais detalhes a seguir.

A PowerCubus é uma ferramenta brasileira para geração de grades horárias em Ensino Médio e Universidade que possui versões gratuita e paga. A ferramenta permite a criação de até 3 turmas gratuitamente e possui planos pagos entre R\$2,49 a R\$6,49 por mês para cada turma criada (POWERCUBUS, 2017b). Com base em parâmetros definidos pelo gestor, a ferramenta gera grades otimizadas para salas, professores e turmas.

Para o funcionamento da ferramenta, os seguintes parâmetros devem ser definidos pelo usuário:

- **Períodos:** Define-se o início e o fim de cada intervalo de tempo nos quais as aulas podem ser ministradas, podendo agrupá-los em faixas de horário;
- **Professores:** Gestor indica professores da instituição estudantil, indicando número de horas trabalhadas por semana, número máximo de aulas que cada um pode ministrar por dia, além de preferências e restrições de horários de aula;
- **Locais:** Indicam-se as salas de aula e outros espaços em que podem ser realizadas as atividades, detalhando horários em que estes estão disponíveis e número de aulas que podem ser realizadas no espaço no mesmo período;
- **Áreas de Conhecimento:** Gestor pode definir áreas de ensino que agrupam as disciplinas presentes na instituição, detalhando número máximo de aulas da área que podem ser ministradas no mesmo dia;
- **Disciplinas:** Definem-se as disciplinas que serão oferecidas, podendo agrupá-las em áreas e definir um local específico no qual as aulas destas devem ser realizadas;
- **Turmas:** Inserem-se na plataforma todas as turmas de cada curso, indicando a faixa de horário na qual devem ser realizadas as aulas da turma;
- **Aulas:** Definidas por meio da associação de turmas a disciplinas, locais e professores, além da indicação de quantas aulas devem ser realizadas por semana.

Com essas informações, a ferramenta PowerCubus define em que intervalo de tempo estará alocada cada aula detalhada na plataforma, gerando grades horárias semanais por turma, professor e local. Para a otimização do planejamento, o gestor deve selecionar e priorizar os objetivos a serem considerados, podendo implementar entre um e sete objetivos dentre os descritos a seguir (POWERCUBUS, 2017a):

- Minimização dos dias trabalhados pelos professores;
- Minimização do número de janelas (períodos sem aula entre dois períodos em que são ministradas aulas) na grade dos professores;
- Maximização de aulas duplas de disciplinas em que tal formato é indicado;

- Maximização do número de disciplinas em que o número diário de aulas destas respeita o limite imposto;
- Maximização do número de áreas de conhecimento em que o limite diário de aulas é respeitado;
- Maximização da distribuição de aulas de uma mesma disciplina ao longo da semana;
- Maximização da concentração de aulas no menor número de dias possível da semana.

A Figura 3 apresenta um exemplo de grade horária gerada para turmas pela PowerCubus.

Figura 3: Exemplo de grade horária gerada pela ferramenta PowerCubus.

The screenshot shows the PowerCubus interface for 'Escola Modelo'. It displays a weekly timetable for 'Manhã' (Morning) and 'Tarde' (Afternoon) sessions. The interface includes a header with the PowerCubus logo, a menu icon, the school name 'Escola Modelo', and a user profile 'Camilo'. The timetable is organized by day of the week (SEGUNDA to SEXTA) and time slots (1M to 5M for morning, 1T to 2T for afternoon). Each cell in the grid contains a subject code (e.g., MAT, FIS, FIL, LP, SOC, ING, ESP, HIS, GEO, QUI, BIO, LIT, EF), the teacher's name, and the room number (e.g., Sala 201, Lab FIS, Lab BIO, Quadra).

Manhã					
	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA
1M 07:30 - 08:20	MAT Camilo - Sala 201	FIS Henri - Sala 201	FIL Alex - Sala 201	LP Marcus - Sala 201	LP Marcus - Sala 201
2M 08:20 - 09:10	MAT Camilo - Sala 201	FIS Henri - Sala 201	HIS Bruno - Sala 201	GEO Maria - Sala 201	QUI Marcelo - Sala 201
3M 09:10 - 10:00	SOC Alex - Sala 201	LP Marcus - Sala 201	HIS Bruno - Sala 201	MAT Camilo - Sala 201	QUI Marcelo - Sala 201
4M 10:20 - 11:10	ING Vânia - Sala 201	ESP Alejandra - Sala 201	MAT Camilo - Sala 201	BIO Gilmara - Sala 201	LIT Marcus - Sala 201
5M 11:10 - 12:00	ING Vânia - Sala 201	LP Marcus - Sala 201	MAT Camilo - Sala 201	BIO Gilmara - Sala 201	LP Marcus - Sala 201
Tarde					
	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA
1T 13:30 - 14:20	QUI Marcelo - Lab QUI	FIS Henri - Lab FIS	EF André - Quadra		
2T 14:20 - 15:10		BIO Gilmara - Lab BIO	EF André - Quadra		

Fonte: PowerCubus (2017a).

Assim como a ferramenta PowerCubus, a Urânia é uma plataforma nacional de geração de grades horárias para Ensino Médio e Universidade. O modelo utilizado pelo sistema busca minimizar o número de janelas na grade dos professores e maximizar a quantidade de aulas duplas. Para a utilização desta ferramenta, o gestor deve cadastrar os seguintes campos (Programa URÂNIA, 2012b):

- Sedes: Definem-se quantas sedes estão envolvidas, qual é o máximo deslocamento entre sedes e se um professor pode retornar a uma sede após ter saído em um mesmo dia;
- Disciplinas: Cadastram-se as disciplinas que são oferecidas pela instituição de ensino;
- Turmas: Indicam-se qual o nome da turma e em quais horários esta deve possuir aulas;
- Professores: Cadastram-se os professores e a disponibilidade dos mesmos na plataforma;
- Quantidade de aulas semanais: O gestor indica quantas aulas semanais de uma disciplina cada turma deve atender;
- Professores das turmas: Define-se qual professor ministrará cada aula para uma determinada turma;
- Prioridades: O gestor define quais objetivos devem ser priorizados: a minimização de janelas na grade horária dos professores ou a maximização de aulas duplas das disciplinas.

A Figura 4 apresenta o relatório gerado pela ferramenta Urânia com o resultado da otimização de grades horárias para turmas.

Figura 4: Exemplo de grade horária gerada pela ferramenta Urânia.

Report Preview

File Page Zoom

Page 1 of 2 Zoom 100%

Horário 001

Relatório de Turmas (Individual)

geha

urânia
0800 702-2011

Turma: 5A

Hor	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
01*	Mat	Cie	Mat	EdFis	Mat	-----
02*	Port	Hist	Mat	Inf	Ingl	-----
03*	Port	Geo	Port	Hist	EdArt	-----
04*	EdFis	Port	Cie	Mat	Cie	-----
05*	Geo	Port	EnsR	Ingl	EdFis	-----
06*	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Turma: 5B

Hor	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
01*	EdFis	Hist	Cie	Inf	EdArt	-----
02*	Cie	Port	Port	EdFis	Port	-----
03*	Mat	Cie	EnsR	Geo	Port	-----
04*	Mat	Geo	Mat	Ingl	EdFis	-----
05*	Port	Mat	Mat	Hist	Ingl	-----
06*	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Turma: 6A

Hor	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
01*	Port	Mat	EnsR	Mat	Port	-----
02*	Inf	Geo	Mat	Mat	EdFis	-----
03*	Hist	Port	Mat	EdFis	Cie	-----
04*	Cie	Hist	Port	Cie	Ingl	-----
05*	EdFis	Ingl	Port	Geo	EdArt	-----
06*	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Turma: 6B

Hor	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
01*	Cie	Port	Port	Mat	EdFis	-----
02*	Geo	Hist	EnsR	Cie	Mat	-----
03*	EdFis	EdArt	Hist	Ingl	Mat	-----
04*	Port	Ingl	Mat	EdFis	Port	-----
05*	Cie	Geo	Mat	Inf	Port	-----
06*	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Fonte: Programa URÂNIA (2012a).

3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo é apresentada a instituição estudada e o problema abordado. Inicialmente, é realizada uma breve descrição da Escola Politécnica e dos cursos oferecidos por esta atualmente. Também são apresentadas as características do problema que serão posteriormente refletidas na modelagem matemática, na forma de variáveis e restrições importantes, assim como índices, conjuntos e parâmetros.

3.1 Instituição Estudada

A Escola Politécnica é uma das unidades da Universidade de São Paulo, universidade pública gerenciada pelo Estado de São Paulo. A instituição possui atualmente 17 habilitações em 12 cursos de engenharia, ministrados nas cidades de São Paulo - SP e Santos - SP. As disciplinas oferecidas pela Escola são semestrais até o final do segundo ano, podendo se tornar quadrimestrais a partir do terceiro ano, dependendo do curso (Escola Politécnica da USP, 2021b).

Nesse Trabalho de Formatura será abordado o Ciclo Básico, período que compreende os dois primeiros anos da graduação, dos cursos ministrados na cidade de São Paulo. Foi escolhido o Ciclo Básico como foco do estudo porque nele são ministradas disciplinas comuns dos cursos da instituição, todas semestrais, e suas grades horárias são de responsabilidade da mesma coordenação (Escola Politécnica da USP, 2021a).

3.2 Delimitação do Estudo

Atualmente, 11 dos cursos de graduação em engenharia da Escola Politécnica da USP são oferecidos na cidade de São Paulo. Os dois primeiros anos destes cursos são compostos por uma grade curricular semestral, cada uma com um conjunto diferente de disciplinas e número de alunos específico.

Atualmente, os coordenadores do Ciclo Básico da Escola Politécnica alocam manualmente os alunos dos cursos oferecidos a cada turma de cada disciplina que compõe a grade curricular do curso do qual estes fazem parte, e definem o horário e o dia da semana em que serão ministradas as aulas de cada turma de cada disciplina. Este processo demanda grande esforço dos envolvidos, demorando dias para ser concluído. Além disso, as quatro grades elaboradas, uma para cada período do Ciclo Básico, podem não resultar em um agendamento que atenda às preferências dos professores e dos alunos.

Assim, este Trabalho de Formatura visa utilizar os dados dos quatro períodos do Ciclo Básico da Escola Politécnica para a solução automatizada do Problema de Agendamento de Aulas em Universidades proposto, por meio de modelo de Programação Linear Inteira elaborado, que é apresentado no Capítulo 4. A seguir, será detalhado o problema estudado, com a apresentação dos principais objetivos buscados pelos coordenadores durante a elaboração das grades horárias do Ciclo Básico, assim como as restrições que devem ser respeitadas durante a solução do problema.

3.3 Problema Abordado

O presente Trabalho de Formatura aborda a geração de grades horárias para os quatro períodos do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP por meio da aplicação de técnicas de Pesquisa Operacional. Esta seção trata do detalhamento do problema à luz da revisão de literatura realizada no Capítulo 2.

O problema em questão é um Problema de Agendamento de Aulas em Universidades e, apesar de não se enquadrar exatamente em nenhuma modelagem dentre as descobertas na revisão bibliográfica do Capítulo 2, este mais se aproxima dos Problemas de Agendamento de Cursos com Base em Currículo, abordados com maior profundidade na Seção 2.3. Cada curso de engenharia oferecido pela Escola Politécnica possui um currículo com disciplinas próprias que devem ser atendidas por seus alunos em cada período.

As disciplinas ministradas em um período são segmentadas em turmas, que podem envolver alunos de diferentes cursos. O número de turmas é definido *a priori* e utilizado como parâmetro para a elaboração das grades. As disciplinas podem ter encontros semanais, com uma ou mais ocorrências por semana, ou quinzenais. As aulas são ministradas entre segunda-feira e sexta-feira, com cada dia possuindo quatro horários: 7h30 às 9h10; 9h20 às 11h00; 13h10 às 14h50; e 15h00 às 16h40. Cada encontro de uma disciplina pode ocupar um dos períodos de 100 minutos, no caso de uma aula simples, ou dois, compondo

uma aula dupla de 200 minutos.

No problema abordado é utilizado um horizonte de planejamento de 10 dias úteis, para que disciplinas quinzenais sejam alocadas de forma a terem apenas um encontro nas duas semanas analisadas. Contudo, deve-se considerar que aulas semanais devem ser ministradas no mesmo dia da semana e horário em ambas as semanas do horizonte de planejamento.

Assim como as disciplinas são segmentadas em turmas, os cursos são divididos em blocos de alunos, de forma que número de blocos por curso e o tamanho de cada bloco são definidos *a priori* e utilizados como parâmetros do problema. Para a elaboração das grades, os alunos de cada curso são agrupados pelos coordenadores em blocos, cada um representando o conjunto de alunos com a mesma grade semestral. Estes blocos de alunos podem apresentar números diferentes de alunos entre si.

As principais decisões a serem tomadas pelos Coordenadores do Ciclo Básico ao elaborar as grades horárias estão apresentadas a seguir:

- I. Definição dos horários e dias nos quais uma turma de determinada disciplina terá aulas;
- II. Alocação de blocos de alunos dos cursos em turmas de disciplinas que fazem parte de seu currículo, conseqüentemente definindo os horários e dias nos quais tais alunos terão aulas.

A definição das grades horárias dos alunos dos cursos e das turmas das disciplinas devem atender algumas restrições, detalhadas a seguir:

- As aulas do Ciclo Básico podem ser alocadas em quatro horários nos períodos da manhã e da tarde (7h30 às 9h10; 9h20 às 11h00; 13h10 às 14h50; e 15h00 às 16h40), nos cinco dias da semana entre segunda e sexta-feira;
- Alunos não podem estar alocados em turmas que possuem aulas no mesmo horário de um determinado dia, tendo no máximo uma aula agendada em um dado horário de um dia do horizonte de planejamento;
- Todos os alunos devem estar alocados em exatamente uma turma de cada disciplina que faz parte do currículo de seu curso;
- Cada departamento possui uma quantidade limitada de professores que poderão ministrar as aulas de cada disciplina;

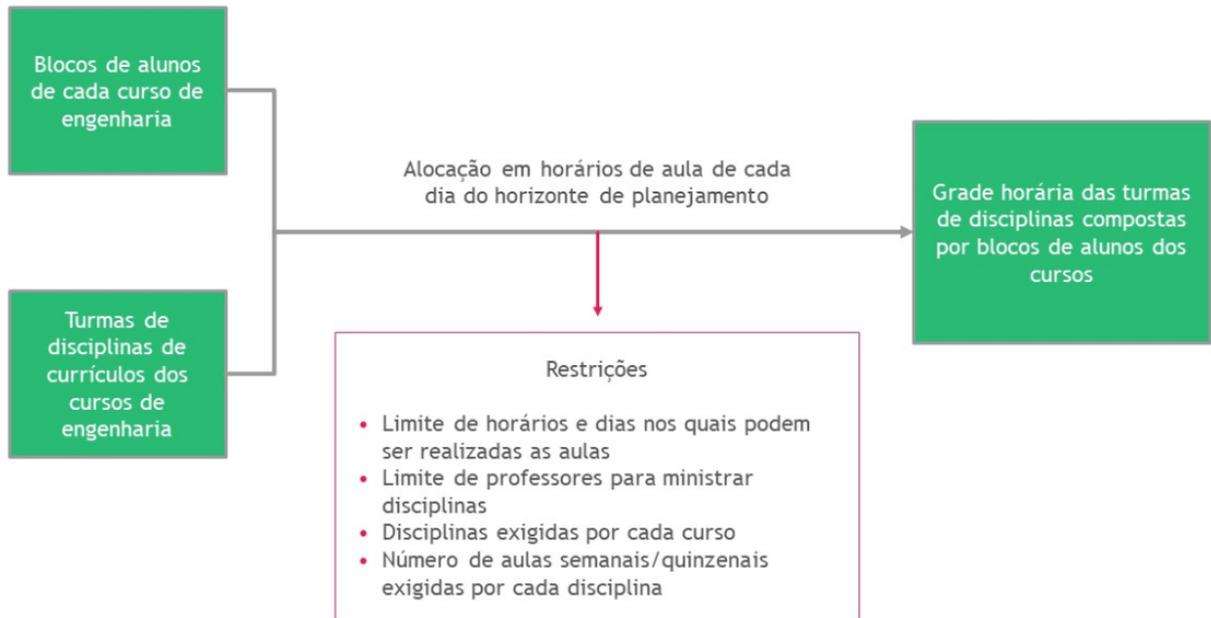
- Cada disciplina possui um número de aulas semanais ou quinzenais que devem ser alocadas na grade horária;
- Todos os alunos de um curso devem cumprir uma carga horária equivalente a todas as disciplinas que compõem a grade curricular do curso em questão;
- Cada turma de uma dada disciplina pode ter apenas um encontro por dia do horizonte de planejamento.

Os principais objetivos considerados na elaboração das grades horárias do Ciclo Básico são descritos a seguir:

- É desejável que aulas de uma mesma turma de uma disciplina não estejam alocadas em dias consecutivos do horizonte de planejamento para que os alunos tenham tempo para a realização de tarefas em casa, caso necessário;
- É desejável que as grades horárias dos alunos contendam o mínimo possível de janelas, evitando que os alunos tenham de permanecer de forma ociosa na Universidade por um longo período de tempo;
- Coordenadores buscam concentrar as aulas nas quais os alunos estão alocados no menor número possível de dias do horizonte de planejamento;
- É desejável que aulas das diversas turmas de uma mesma disciplina estejam concentradas no menor número possível de dias para reduzir a locomoção dos professores dentro da Universidade, visto que a Escola Politécnica da USP possui disciplinas ministradas por professores de outros institutos, como o Instituto de Matemática e Estatística (IME) e o Instituto de Física (IF).
- As turmas de uma dada disciplina devem ter um número similar de alunos alocado a elas, buscando equilibrar o tamanho das turmas de uma mesma disciplina.

A Figura 5 ilustra o Problema de Agendamento de Aulas em Universidades para o Ciclo Básico da Escola Politécnica. O problema realiza as alocações dos alunos dos cursos de engenharia, segmentados em blocos, e das turmas das disciplinas oferecidas em horários e dias do horizonte de planejamento, considerando limitações de horários para a alocação de aulas, bem como professores para ministrá-las, e atendendo à grade curricular dos cursos envolvidos e à carga horária quinzenal das disciplinas. Este esforço resulta nas grades horárias dos alunos dos cursos e das turmas das disciplinas.

Figura 5: Esquemática do Problema de Agendamento de Aulas para o Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP.



Fonte: Elaborado pela autora.

A Figura 6 apresenta um exemplo de grade horária gerada pelos coordenadores do Ciclo Básico da Escola Politécnica, neste caso para as disciplinas do Primeiro Período de 2020.

Figura 6: Grade horária gerada pelos Coordenadores do Ciclo Básico para o Primeiro Período de 2020.

HORARIO 1º ano EPUSP 1º SEM de 2020- v3												
Curso	Computação	Elétrica	Civil	Amb	Minas	Metal	Naval	Mecânica	Química	Eletrônica	Produção	# alunos
	70	164	135	55	40	50	45	70	61	61	75	
seg	07h00-08h20	MAT2453-1	PMT3131	MAT2453-6	MAT2453-8	MAT2457-9	MAT2453-10	MAT2457-11				
	08h20-09h10	PCC3100	1, 11, 12, 2, 21, 22	MAT2453-5								
	09h20-10h10	MAT2457-1	1	MAT2453-6	MAT2457-8	MAT2453-9	MAT2457-10	MAT2453-11				
	10h10-11h00		0									
	13h10-14h00		FEA3100-1	FEA3100-2	PMT3130	MAT2457-7	Fiscal-9	MAT2453-12				
ter	07h00-08h20	MAC2166-1	MAC2166-2	MAC2166-3	MAC2166-6	Fiscal-7	MAC2166-10					
	08h20-09h10	Fiscal-1	MAC2166-3	MAC2166-5	MAC2166-7	MAC2166-8	MAC2166-9	MAC2166-11				
	09h20-10h10		MAC2166-2	MAC2166-3	MAC2166-4	MAC2166-5	MAC2166-6	MAC2166-7				
	10h10-11h00											
	13h10-14h00											
qua	07h00-08h20	MAT2457-1	PMT3131	MAT2453-5	MAT2453-6	MAT2457-7	MAT2453-8	MAT2457-9				
	08h20-09h10	MAT2453-1	3, 31, 33	MAT2453-5	MAT2453-6	MAT2457-7	MAT2453-8	MAT2457-9				
	09h20-10h10		quinz: 1, 2, 2	MAT2453-5	MAT2453-6	MAT2457-7	MAT2453-8	MAT2457-9				
	10h10-11h00		71									
	13h10-14h00		Fiscal-2									
qui	07h00-08h20		MAC2166-3	Fiscal-5	Fiscal-6	MAT2457-7	MAT2453-10					
	08h20-09h10	Fiscal-1	MAC2166-2	MAC2166-3	MAC2166-4	Fiscal-7	MAC2166-10	Fiscal-11				
	09h20-10h10		MAC2166-2	MAC2166-3	MAC2166-4	Fiscal-7	MAC2166-10	Fiscal-11				
	10h10-11h00											
	13h10-14h00											
sab	07h00-08h20		MAT2453-2	MAT2453-5	MAC2166-7	MAC2166-8	MAC2166-9	MAC2166-11				
	08h20-09h10	PCC3100	MAC2166-2	MAC2166-3	MAC2166-4	MAC2166-5	MAC2166-6	MAC2166-7				
	09h20-10h10		MAC2166-2	MAC2166-3	MAC2166-4	MAC2166-5	MAC2166-6	MAC2166-7				
	10h10-11h00											
	13h10-14h00											

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019a).

O exemplo de grade horária para o Primeiro Período de 2020 permite identificar algumas características do agendamento manual realizado atualmente no Ciclo Básico. Apesar de algumas disciplinas estarem presentes na grade curricular dos diversos cursos da Escola Politécnica, os alunos de cada curso ainda são agrupados em um mesma turma, havendo pouca variedade de alunos de diferentes cursos dentro das turmas destas disciplinas. Por exemplo, o curso de Engenharia Química é segmentado em três blocos de alunos. Contudo, todos estes três blocos estão alocados nas mesmas turmas de Cálculo Diferencial e Integral I (MAT2453), Física I, Introdução à Computação (MAC2166) e Álgebra Linear I (MAT3457).

Além disso, apesar de a eliminação de janelas nas grades dos alunos ser um objetivo dos coordenadores do Ciclo Básico, em alguns casos não é possível eliminá-las completamente. Por exemplo, os alunos do curso de Engenharia de Computação possuem uma janela no terceiro horário (13h10 às 14h50) da segunda-feira. Também existe uma janela na grade de parte dos alunos do curso de Engenharia Civil (13h10 às 14h50 na quarta-feira), duas janelas na grade de Engenharia Ambiental (9h20 às 11h00 na quinta-feira e 13h10 às 14h50 na sexta-feira), uma na grade de parte dos alunos de Engenharia Metalúrgica (13h10 às 14h50 na quinta-feira), uma na grade de Engenharia Naval (13h10 às 14h50 na quarta-feira) e uma na grade de Engenharia Mecânica (13h10 às 14h50 na quinta-feira).

Em relação ao objetivo de evitar aulas em dias consecutivos para uma mesma turma de dada disciplina, o exemplo de grade horária também demonstra a dificuldade de eliminar tais ocorrências por completo. As turmas 2 e 3 de Cálculo Diferencial e Integral I possuem aulas tanto na quinta-feira quanto na sexta-feira, assim como as turmas 1 e 6 possuem aulas tanto na quarta-feira quanto na quinta-feira.

No caso do Primeiro Período do Ciclo Básico de 2020 não foi possível concentrar as aulas dos blocos de alunos em menos dias do horizonte de planejamento, uma vez que todos os blocos dos cursos possuem aulas em todos os dias da semana, de segunda a sexta-feira. Contudo, fica claro no exemplo de grade horária apresentado o esforço para aproximação de aulas das turmas de uma mesma disciplina. Por exemplo, na sexta-feira as turmas 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9 e 10 de Cálculo Diferencial e Integral I possuem aulas no primeiro (7h30 às 9h10) ou segundo (9h20 às 11h00) horários.

Apesar da definição de qual professor ministrará as aulas de cada turma de uma dada disciplina estar presente em diversos modelos observados na literatura, esta decisão é considerada de segunda ordem no Problema de Agendamento de Aulas para o Ciclo Básico da Escola Politécnica e não será incluída no modelo elaborado neste Trabalho de

Formatura.

O número de professores disponíveis para ministrar as aulas é informado para os Coordenadores do Ciclo Básico pelos departamentos para ser utilizado como parâmetro do modelo. Contudo, a determinação de qual professor ministrará as aulas de cada turma é realizada pelas equipes de professores dos departamentos após receberem as grades horárias das turmas elaboradas pela Coordenação do Ciclo Básico. Uma vez elaborada uma grade factível, que considere também o número máximo de docentes que poderão ministrar aulas de uma dada disciplina simultaneamente, os próprios professores desta disciplina podem posteriormente chegar a um acordo sobre quais turmas serão ministradas por cada um deles.

A determinação das salas nas quais serão ministradas as aulas também é realizada posteriormente pela Coordenação do Ciclo Básico e não será incluída no modelo elaborado. Esta decisão é considerada de segunda ordem, visto que os prédios da Escola Politécnica possuem número de salas suficiente para a alocação de todas as turmas das disciplinas. Este Trabalho de Formatura busca então solucionar o problema enfrentado pelos coordenadores da universidade exatamente da forma como é realizado atualmente, eliminando o esforço manual e implementando uma solução automatizada.

O problema estudado poderia ser resolvido mais rapidamente por meio da solução de modelos dedicados a cada curso individualmente. Contudo, esta solução muito provavelmente seria subótima. Assim, o modelo proposto neste Trabalho de Formatura considera todos os cursos da Escola Politécnica simultaneamente. É importante notar que os cursos competem pelos mesmos recursos, visto que possuem disciplinas em comum em suas grades curriculares e, assim, poderiam ser eventualmente alocados nas mesmas turmas e compartilharem os mesmos professores.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo é apresentado o modelo matemático elaborado para detalhamento do Problema de Agendamento de Aulas em Universidades aplicado ao Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP abordado neste Trabalho de Formatura. O modelo proposto é original e descreve em detalhes as principais decisões enfrentadas pelos Coordenadores do Ciclo Básico durante a elaboração da grade horária das disciplinas dos quatro primeiros períodos dos cursos da Escola Politécnica, definidas no Capítulo 3.

4.1 Definição de Elementos, Conjuntos e Variáveis do Modelo Matemático

Nesta seção é apresentada a nomenclatura utilizada no modelo de Programação Linear Inteira Mista elaborado para a solução do Problema de Agendamento de Aulas em Universidades aplicado ao Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP. Os índices e conjuntos utilizados no modelo para a definição das grades horárias são detalhados na Tabela 6.

Tabela 6: Índices e conjuntos da modelagem.

Elementos	Descrição
$c \in C$	Em que c é o índice de cada curso e C é o conjunto de todos os cursos
$b \in B_c$	Em que b é o índice de cada bloco de alunos e B_c é o conjunto de todos os blocos do curso c
$d \in D$	Em que d é o índice de cada disciplina e D é o conjunto de todas as disciplinas
$t \in T_d$	Em que t é o índice de cada turma e T_d é o conjunto de todas as turmas da disciplina d
$e \in E$	Em que e é o índice de cada dia do horizonte de planejamento e E é o conjunto de todos os dias do horizonte de planejamento (10 dias, no caso do problema estudado na Escola Politécnica)
$h \in H$	Em que h é o índice de cada horário de aula (100 min, no caso do problema estudado na Escola Politécnica) e H é o conjunto de todos os horários de aula (no caso do problema estudado na Escola Politécnica: 7h30 às 9h10 (1); 9h20 às 11h00 (2); 13h10 às 14h50 (3); 15h00 às 16h40 (4))
$C_d \subset C$	Em que C_d é o conjunto de cursos que possuem a disciplina d em sua grade curricular, tal que $C_d \subset C$
$D_c \subset D$	Em que D_c é o conjunto de disciplinas do curso c , tal que $D_c \subset D$
$D^S \subset D$	Em que D^S é conjunto de disciplinas com aulas semanais, tal que $D^S \subset D$
$D^Q \subset D$	Em que D^Q é o conjunto de disciplinas com aulas quinzenais, tal que $D^Q \subset D$
$D^1 \subset D$	Em que D^1 é o conjunto de disciplinas que devem ter apenas um horário de duração (100 minutos, no caso do problema estudado na Escola Politécnica), tal que D^1 é subconjunto de D
$D^2 \subset D$	Em que D^2 é o conjunto de disciplinas que devem ter dois horários consecutivos de duração (200 minutos, no caso do problema estudado na Escola Politécnica), tal que D^2 é subconjunto de D
$E^1 \subset E$	Em que E^1 é conjunto de dias na primeira semana do horizonte de planejamento ($1 \leq e \leq 5$, no caso do problema estudado na Escola Politécnica), tal que E^1 é subconjunto de E
$E^2 \subset E$	Em que E^2 é o conjunto de dias na segunda semana do horizonte de planejamento ($6 \leq e \leq 10$, no caso do problema estudado na Escola Politécnica), tal que E^2 é subconjunto de E

Fonte: Elaborado pela autora.

A Tabela 7 apresenta os parâmetros definidos pelos coordenadores do Ciclo Básico e estabelecidos pelos responsáveis pelas disciplinas que devem ser considerados pelo modelo.

Tabela 7: Parâmetros da modelagem.

Elementos	Descrição
$A_{b,c} \in \mathbb{Z}_+$	Número de alunos contidos no bloco b do curso c
$I_d \in \mathbb{Z}_+$	Número de horários necessários para atender à demanda quinzenal de cada turma da disciplina d
$P_d \in \mathbb{Z}_+$	Número de professores disponíveis para ministrar a disciplina d em um mesmo dia e horário
$\bar{L} \in \mathbb{Z}_+$	Média do número máximo de alunos em turmas das disciplinas do período estudado, adotado para a normalização do termo de minimização do número máximo de alunos em uma turma de dada disciplina na função objetivo
$\alpha \in \mathbb{N}_+$	Penalidade associada ao objetivo de minimização de disciplinas com aulas alocadas em dois dias consecutivos do horizonte de planejamento
$\beta \in \mathbb{N}_+$	Penalidade associada ao objetivo de minimização de janelas nas grades horárias dos alunos
$\gamma \in \mathbb{N}_+$	Penalidade associada ao objetivo de minimização do número de dias do horizonte de planejamento nos quais um bloco de alunos possui aulas
$\delta \in \mathbb{N}_+$	Penalidade associada ao objetivo de minimização do número de dias do horizonte de planejamento nos quais aulas das turmas de uma dada disciplina são alocadas
$\epsilon \in \mathbb{N}_+$	Penalidade associada ao objetivo de minimização do número máximo de alunos em turmas de uma dada disciplina

Fonte: Elaborado pela autora.

As variáveis de decisão cujos valores serão resultado da solução do problema abordado estão detalhadas na Tabela 8.

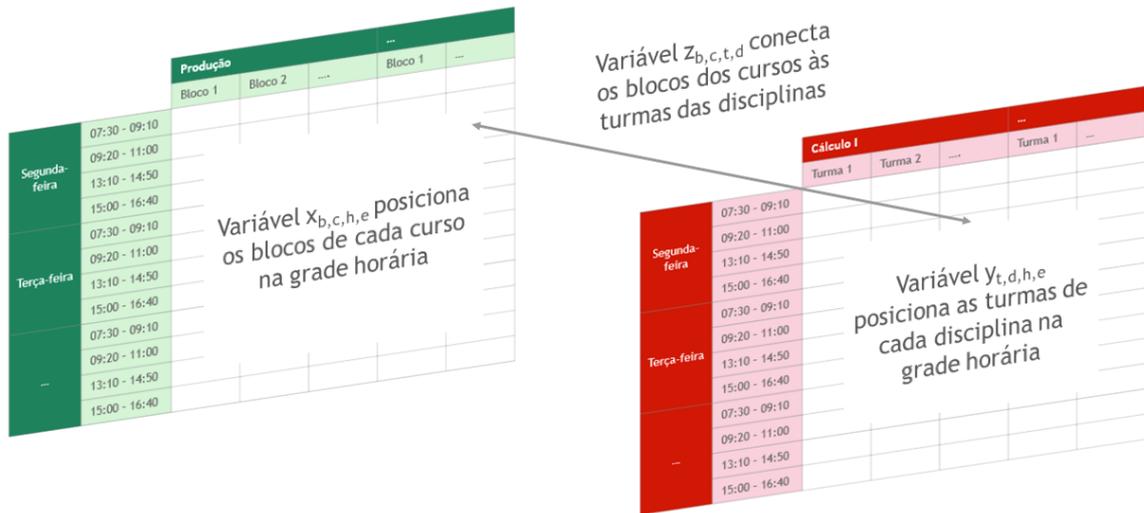
Tabela 8: Variáveis de decisão da modelagem.

Elementos	Descrição
$x_{b,c,h,e} \in \{0, 1\}$	Assume valor unitário se o bloco b do curso c está alocado no horário h do dia e , e valor nulo caso contrário
$y_{t,d,h,e} \in \{0, 1\}$	Assume valor unitário se a turma t da disciplina d está alocada no horário h do dia e , e valor nulo caso contrário
$z_{b,c,t,d} \in \{0, 1\}$	Assume valor unitário se o bloco b do curso c está alocado na turma t da disciplina d , e valor nulo caso contrário
$f_{b,c,e} \in \{0, 1\}$	Assume valor unitário se o bloco b do curso c está alocado em algum horário do dia e , e valor nulo caso contrário
$g_{d,e} \in \{0, 1\}$	Assume valor unitário se alguma turma da disciplina d está alocada em algum horário do dia e , e valor nulo caso contrário
$j_{b,c,e}^2 \in \mathbb{Z}_+$	Assume valor unitário se o bloco b do curso c possui janela no segundo horário do dia e
$j_{b,c,e}^3 \in \mathbb{Z}_+$	Assume valor unitário se o bloco b do curso c possui janela no terceiro horário do dia e
$k_{t,d,e,e+1} \in \mathbb{Z}_+$	Assume valor unitário se a turma t da disciplina d possui aula no dia e e no dia $e + 1$ do horizonte de planejamento
$l_{t,d} \in \mathbb{Z}_+$	Número de alunos alocados na turma t da disciplina d
$l_d \in \mathbb{Z}_+$	Número máximo de alunos alocados em uma turma da disciplina d
$m_{b,c} \in \mathbb{Z}_+$	Número de dias do horizonte de planejamento em que o bloco b do curso c está alocado
$n_d \in \mathbb{Z}_+$	Número de dias do horizonte de planejamento em que turmas da disciplina d estão alocadas

Fonte: Elaborado pela autora.

A Figura 7 ilustra como as principais variáveis do modelo elaborado ($x_{b,c,h,e}$, $y_{t,d,h,e}$ e $z_{b,c,t,d}$), que refletem as principais decisões que devem ser realizadas pelos Coordenadores do Ciclo Básico, estão associadas. As variáveis $x_{b,c,h,e}$ geram as grades horárias dos blocos de alunos, indicando os horários dos dias em que o bloco de alunos b do curso c está alocado. As variáveis $y_{t,d,h,e}$ geram as grades horárias das turmas das disciplinas, indicando em quais horários e dias uma dada turma t da disciplina d possui aulas. Por fim, as variáveis $z_{b,c,t,d}$ criam um vínculo entre os dois tipos de grades horárias (i.e., de blocos de alunos e de turmas das disciplinas), definindo em quais turmas das disciplinas do currículo do curso os blocos de alunos estarão alocados. Um bloco de alunos estará alocado a exatamente uma turma de cada disciplina que faz parte da grade curricular do curso do qual o bloco faz parte. Por outro lado, uma turma pode estar vinculada a mais de um bloco de alunos, inclusive de cursos distintos.

Figura 7: Associação das principais variáveis de decisão do modelo elaborado.



Fonte: Elaborado pela autora.

Além destas três variáveis essenciais do modelo matemático, são utilizadas variáveis relacionadas às restrições *soft* que serão penalizadas na função objetivo para atender às preferências de alunos e professores. A variável $k_{t,d,e,e+1}$ é utilizada para contabilizar a frequência em que aulas de uma mesma turma de uma dada disciplina são alocadas em dias consecutivos do horizonte de planejamento. As variáveis $j_{b,c,e}^2$ e $j_{b,c,e}^3$ são utilizadas para contabilizar o número de janelas na grade horária dos alunos. As variáveis $f_{b,c,e}$ e $m_{b,c}$ são utilizadas para contabilizar o número de dias do horizonte de planejamento em que um bloco de alunos possui aulas alocadas. As variáveis $g_{d,e}$ e n_d são utilizadas para contabilizar o número de dias do horizonte de planejamento em que aulas de uma dada disciplina são ministradas. As variáveis $l_{t,d}$ e l_d são utilizadas para definir o número de alunos na maior turma de uma dada disciplina.

4.2 Função Objetivo e Restrições do Modelo Matemático

Nesta seção é apresentado o modelo matemático elaborado para o Problema de Agendamento de Aulas em Universidades para tratar do caso do Ciclo Básico da Escola Po-

litécnica da USP. Inicialmente, é apresentada a função objetivo do modelo. Em seguida, serão expostas e detalhadas as expressões das restrições.

Função objetivo:

$$\begin{aligned} Min \quad & \alpha \times \left(\frac{\sum_{d \in D} \sum_{t \in T_d} \sum_{e \in E^1 \setminus |E^1|} k_{t,d,e,e+1}}{\sum_{d \in D} |T_d|} \right) + \beta \times \left(\frac{\sum_{c \in C} \sum_{b \in B_c} \left(\frac{\sum_{e \in E} (j_{b,c,e}^2 + j_{b,c,e}^3)}{|E| \times |H| - \sum_{d \in D_c} I_d} \right)}{\sum_{c \in C} |B_c|} \right) + \\ & \gamma \times \left(\frac{\sum_{c \in C} \sum_{b \in B_c} m_{b,c}}{|E| \times \sum_{c \in C} |B_c|} \right) + \delta \times \left(\frac{\sum_{d \in D} n_d}{|E| \times |D|} \right) + \epsilon \times \left(\frac{\sum_{d \in D} l_d}{\bar{L} \times |D|} \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Restrições:

$$x_{b,c,h,e} \leq \sum_{d \in D_c} \sum_{t \in T_d} y_{t,d,h,e}, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E, h \in H \quad (4.2)$$

$$y_{t,d,h,e} \leq \sum_{c \in C_d} \sum_{b \in B_c} x_{b,c,h,e}, \quad \forall d \in D, t \in T_d, e \in E, h \in H \quad (4.3)$$

$$x_{b,c,h,e} \geq z_{b,c,t,d} + y_{t,d,h,e} - 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, d \in D_c, t \in T_d, e \in E, h \in H \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} & z_{b,c,t1,d1} + z_{b,c,t2,d2} \leq 3 - y_{t1,d1,h,e} - y_{t2,d2,h,e}, \\ & \forall c \in C, b \in B_c, d1 \in D_c, d2 \in D_c, d2 > d1, t1 \in T_{d1}, t2 \in T_{d2}, e \in E, h \in H \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\sum_{t \in T_d} z_{b,c,t,d} = 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, d \in D_c \quad (4.6)$$

$$\sum_{t \in T_d} z_{b,c,t,d} = 0, \quad \forall c \in C, b \in B_c, d \notin D_c \quad (4.7)$$

$$\sum_{c \in C_d} \sum_{b \in B_c} z_{b,c,t,d} \geq 1, \quad \forall d \in D, t \in T_d \quad (4.8)$$

$$y_{t,d,h,e} = y_{t,d,h,e+|E^1|}, \quad \forall d \in D^S, t \in T_d, e \in E^1, h \in H \quad (4.9)$$

$$y_{t,d,1,e} = y_{t,d,2,e}, \quad \forall d \in D^2, t \in T_d, e \in E \quad (4.10)$$

$$y_{t,d,3,e} = y_{t,d,4,e}, \quad \forall d \in D^2, t \in T_d, e \in E \quad (4.11)$$

$$\sum_{e \in E} \sum_{h \in H} y_{t,d,h,e} = I_d, \quad \forall d \in D, t \in T_d \quad (4.12)$$

$$\sum_{e \in E} \sum_{h \in H} x_{b,c,h,e} = \sum_{d \in D_c} I_d, \quad \forall c \in C, b \in B_c \quad (4.13)$$

$$\sum_{h \in H} y_{t,d,h,e} \leq 1, \quad \forall d \in D^1, t \in T_d, e \in E \quad (4.14)$$

$$\sum_{h \in H} y_{t,d,h,e} \leq 2, \quad \forall d \in D^2, t \in T_d, e \in E \quad (4.15)$$

$$\sum_{t \in T_d} y_{t,d,h,e} \leq P_d, \quad \forall d \in D, e \in E, h \in H \quad (4.16)$$

$$k_{t,d,e,e+1} \geq \sum_{h \in H} y_{t,d,h,e} + \sum_{h \in H} y_{t,d,h,e+1} - 1, \quad \forall d \in D, t \in T_d, e \in E^1 \setminus |E^1| \quad (4.17)$$

$$x_{b,c,2,e} + j_{b,c,e}^2 \geq x_{b,c,1,e} + x_{b,c,3,e} - 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E \quad (4.18)$$

$$x_{b,c,2,e} + j_{b,c,e}^2 \geq x_{b,c,1,e} + x_{b,c,4,e} - 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E \quad (4.19)$$

$$x_{b,c,3,e} + j_{b,c,e}^3 \geq x_{b,c,2,e} + x_{b,c,4,e} - 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E \quad (4.20)$$

$$x_{b,c,3,e} + j_{b,c,e}^3 \geq x_{b,c,1,e} + x_{b,c,4,e} - 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E \quad (4.21)$$

$$x_{b,c,h,e} \leq f_{b,c,e}, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E, h \in H \quad (4.22)$$

$$\sum_{e \in E} f_{b,c,e} \leq m_{b,c}, \quad \forall c \in C, b \in B_c \quad (4.23)$$

$$y_{t,d,h,e} \leq g_{d,e}, \quad \forall d \in D, t \in T_d, e \in E, h \in H \quad (4.24)$$

$$\sum_{e \in E} g_{d,e} \leq n_d, \quad \forall d \in D \quad (4.25)$$

$$\sum_{c \in C_d} \sum_{b \in B_c} A_{b,c} \times z_{b,c,t,d} = l_{t,d}, \quad \forall d \in D, t \in T_d \quad (4.26)$$

$$l_{t,d} \leq l_d, \quad \forall d \in D, t \in T_d \quad (4.27)$$

$$x_{b,c,h,e}, y_{t,d,h,e}, z_{b,c,t,d}, f_{b,c,e}, g_{d,e}, j_{b,c,e}^2, j_{b,c,e}^3, k_{t,d,e,e+1} \in \{1, 0\},$$

$$\forall c \in C, b \in B, d \in D, t \in T, e \in E, h \in H \quad (4.28)$$

$$l_{t,d}, l_d, m_{b,c}, n_d \in \mathbb{Z}_+, \forall c \in C, b \in B, d \in D, t \in T \quad (4.29)$$

A função objetivo (4.1) do modelo elaborado é composta pela soma de cinco termos detalhados a seguir. Cada um dos termos é normalizado para que se torne um valor entre zero e um. Estes são então multiplicados por fatores entre zero e um que representam a relevância relativa de cada objetivo.

- I. A minimização das variáveis $k_{t,d,e,e+1}$, que indicam se a turma t da disciplina d possui aulas alocadas tanto no dia e quanto no dia consecutivo $e+1$ do horizonte de planejamento, tem como objetivo distanciar as aulas de uma mesma turma de uma dada disciplina para permitir maior tempo para que os alunos realizem tarefas, caso necessário. Estas variáveis são definidas na expressão (4.17) do modelo elaborado.
- II. A minimização das variáveis $j_{b,c,e}^2$ e $j_{b,c,e}^3$ associadas ao número de janelas do bloco b do curso c nos segundo e terceiro horários do dia e , tem como objetivo minimizar períodos em que os alunos na universidade sem possuírem aulas alocadas, aguardando o início da próxima aula. Estas variáveis são definidas nas expressões (4.18), (4.19), (4.20) e (4.21) do modelo elaborado.

- III. A minimização das variáveis $m_{b,c}$ associadas ao número máximo de dias no horizonte de planejamento em que um bloco b de alunos do curso c está alocado, tem como objetivo concentrar as aulas dos alunos no menor número possível de dias do horizonte de planejamento, de modo a diminuir a necessidade de deslocamento destes até a universidade. Estas variáveis são definidas nas expressões (4.22) e (4.23) do modelo elaborado.
- IV. A minimização das variáveis n_d associadas ao número de dias do horizonte de planejamento em que turmas da disciplina d estão alocadas, tem como objetivo concentrar aulas de uma mesma disciplina no menor número possível de dias do horizonte de planejamento e, conseqüentemente, minimizar o deslocamento de professores de outros institutos até a Escola Politécnica. Além disso, esse termo da função objetivo favorece a geração de aulas duplas, que também é uma característica desejável nas grades horárias dos professores. Estas variáveis são definidas nas expressões (4.24) e (4.25) do modelo elaborado.
- V. A minimização das variáveis l_d associadas ao número máximo de alunos em alguma das turmas da disciplina d , tem como objetivo equilibrar o tamanho das turmas desta disciplina. Estas variáveis são definidas nas expressões (4.26) e (4.27) do modelo elaborado.

A seguir serão detalhadas as restrições definidas para o modelo em questão.

- A expressão (4.2) garante que um bloco b de um determinado curso c só tenha aula em dado horário h do dia e caso uma turma t de uma disciplina d que faça parte do currículo do curso também esteja alocada ao horário do dia em questão.
- A expressão (4.3) garante que uma turma t de dada disciplina d só tenha aula em dado horário h do dia e caso pelo menos um bloco b de um dado curso c que demande esta disciplina esteja também alocado ao horário do dia em questão.
- A expressão (4.4) define a variável $x_{b,c,h,e}$ com base na associação entre as variáveis $y_{t,d,h,e}$ e $z_{b,c,t,d}$. Se um bloco b do curso c estiver alocado a uma dada turma t de uma disciplina d , e se esta turma possuir aula no horário h de um dia e , então este bloco de alunos também deverá estar alocado no mesmo dia e horário.
- A expressão (4.5) evita conflitos de horário nas grades horárias dos alunos. Se o bloco b do curso c estiver alocado nas duas turmas $t1$ e $t2$ das disciplinas $d1$ e $d2$, respectivamente, então estas duas turmas não podem estar alocadas no mesmo

horário h e dia e do horizonte de planejamento. Por outro lado, se estas duas turmas $t1$ e $t2$ estiverem alocadas no mesmo horário h e dia e , então o bloco de alunos b não pode estar alocado em ambas as turmas.

- A expressão (4.6) garante que um bloco b de um dado curso c esteja alocado em exatamente uma turma de cada disciplina d que faz parte da grade curricular do curso em questão.
- A expressão (4.7) realiza o pré-processamento das variáveis binárias que indicam a alocação de blocos b de um dado curso c em turmas t de uma disciplina d , associando-as ao valor nulo para todas as turmas de uma disciplina d , caso esta não faça parte da grade curricular do curso c .
- A expressão (4.8) garante que todas as turmas de todas as disciplinas do período sejam criadas. Ou seja, cada turma t de uma disciplina d deve ter pelo menos um bloco de alunos alocado a ela.
- A expressão (4.9) garante que todas as turmas de uma dada disciplina semanal d tenham aulas no mesmo dia da semana e horário em ambas as semanas do horizonte de planejamento (10 dias, no caso do problema estudado na Escola Politécnica).
- As expressões (4.10) e (4.11) garantem que todas as turmas de uma disciplina d que deve ter aulas de 200 minutos estejam alocadas em períodos consecutivos de 100 minutos em dias em que são ministradas suas aulas, sendo ambos ou no período da manhã ou no período da tarde.
- A expressão (4.12) garante que cada turma t de uma disciplina d tenha exatamente o número de aulas necessário para tal disciplina no horizonte de planejamento (10 dias, no caso do problema estudado na Escola Politécnica).
- A expressão (4.13) garante que alunos de um dado bloco b do curso c estejam alocados no número exato de horários necessários para atender às aulas de todas as disciplinas que fazem parte da grade curricular do curso.
- As expressões (4.14) e (4.15) garantem que os alunos de uma turma t de uma disciplina d tenham no máximo uma aula da disciplina em questão por dia, para disciplinas de 100 minutos e de 200 minutos, respectivamente.
- A expressão (4.16) garante que o número de turmas de uma disciplina em um mesmo dia e horário não exceda o número de professores disponíveis daquela disciplina.

- A expressão (4.17) determina se uma turma t de uma disciplina d possui aulas em dois dias consecutivos de uma semana, sendo eles o dia e e o dia $e+1$. Note que a somatória desses valores é minimizada na função objetivo, conforme explicado anteriormente em I.
- As expressões (4.18), (4.19), (4.20) e (4.21) determinam se um bloco b do curso c possui um horário ocioso entre dois horários nos quais estão alocadas aulas no dia e . Se o bloco estiver alocado em aulas nos horários 1 (7h30 às 9h10) e 3 (13h10 às 14h50) ou nos horários 1 (7h30 às 9h10) e 4 (15h00 às 16h40) do dia e , a variável $j_{b,c,e}^2$ assume valor unitário caso o bloco não possua aula também no horário 2 (9h20 às 11h00) do mesmo dia. Se o bloco estiver alocado em aulas nos horários 2 (9h20 às 11h00) e 4 (15h00 às 16h40) ou nos horários 1 (7h30 às 9h10) e 4 (15h00 às 16h40) do dia e , a variável $j_{b,c,e}^3$ assume valor unitário caso o bloco não possua aula também no horário 3 (13h10 às 14h50) do mesmo dia. Note que a somatória desses valores é minimizada na função objetivo, conforme explicado anteriormente em II.
- A expressão (4.22) define se o bloco b do curso c está alocado a algum horário do dia e do horizonte de planejamento (10 dias, no caso do problema estudado na Escola Politécnica).
- A expressão (4.23) determina o número de dias dentro do horizonte de planejamento em que cada bloco b de um curso c possui aulas. Note que este valor é minimizado na função objetivo, conforme explicado anteriormente em III.
- A expressão (4.24) define se a disciplina d possui aulas em algum horário do dia e do horizonte de planejamento (10 dias, no caso do problema estudado na Escola Politécnica).
- A expressão (4.25) determina o número de dias dentro do horizonte de planejamento em que são ministradas aulas de uma dada disciplina d . Note que este valor é minimizado na função objetivo, conforme explicado anteriormente em IV.
- A expressão (4.26) é utilizada para o cálculo da variável $l_{t,d}$ como sendo a soma do número de alunos de todos os blocos que compõem a turma t da disciplina d .
- A expressão (4.27) determina o valor da variável l_d com sendo o maior número (se o máximo) de alunos dentre todas as turmas da disciplina d . Note que este valor é minimizado na função objetivo, conforme explicado anteriormente em V.

- As expressões (4.28) e (4.29) estabelecem o domínio das variáveis de decisão do modelo.

Note que este modelo elaborado pode ser eventualmente estendido para incorporar outras características específicas dos cursos da Escola Politécnica e de suas disciplinas, e também pode ser aplicado a disciplinas de outros períodos além daquelas pertencentes ao Ciclo Básico, bem como a disciplinas de outros institutos da universidade. Assim, o modelo configura-se como uma ferramenta de apoio à decisão de coordenadores e demais responsáveis pelos cursos.

5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS E RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os experimentos conduzidos com o modelo matemático elaborado. Para a realização destes, foi elaborado um código de programação na linguagem *Python 3.10.0*, utilizando o resolvidor *Gurobi 9.1.2* para a solução do problema.

Os testes foram realizados em um computador equipado com Microsoft Windows 10 Enterprise e processador Intel(R) Core(TM) i7-7600U CPU @ 2.80GHz, 2904 Mhz, 2 Cores, 4 Processadores Lógicos, com memória RAM instalada de 16 GB. Definiu-se tempo limite de 12 horas para cada um dos experimentos realizados, de forma que, após esse tempo, o resolvidor apresentou a melhor solução factível encontrada.

Além disso, todos os testes foram realizados utilizando as mesmas penalidades para as restrições *soft* minimizadas na função objetivo. Os pesos adotados foram definidos com base na importância de cada termo conforme percebido em conversas com os coordenadores do Ciclo Básico e estão expostos a seguir:

- α : 0,40;
- β : 0,30;
- γ : 0,15;
- δ : 0,10;
- ϵ : 0,05.

Assim, nas soluções buscadas prioriza-se, por ordem: a minimização do número de disciplinas com aulas em dias consecutivos do horizonte de planejamento; a minimização do número de janelas nas grades horárias dos alunos; a minimização do número de dias do horizonte de planejamento em que os alunos possuem aulas alocadas; a minimização do número de dias do horizonte de planejamento em que aulas de uma dada disciplina são

ministradas; e finalmente, a minimização do número máximo de alunos em uma turma de dada disciplina.

Por fim, o parâmetro \bar{L} , que indica a média do número máximo de alunos em turmas das disciplinas de um período, foi definido como 100 alunos. Apesar de o número de alunos em uma turma dificilmente atingir 100, este age como um denominador adequado no termo de minimização do número máximo de alunos em turmas de uma dada disciplina, de forma a tornar este termo um valor entre zero e um.

O número de alunos por curso para cada período estudado foi definido com base nos dados fornecidos pelos coordenadores da Escola Politécnica, referentes ao ano de 2020. Para a determinação do número de blocos por curso, foi considerado o número de turmas de cada disciplina e quais os cursos que possuem tal disciplina em sua grade curricular, de forma que o número de blocos de alunos que devem ser alocados em turmas de uma dada disciplina seja maior que o número de turmas que esta disciplina possui. Isso é necessário visto que cada turma da disciplina deve possuir no mínimo um bloco de alunos alocado a ela. Após a definição do número de blocos de cada curso, o número de alunos de cada curso foi dividido de forma aproximadamente uniforme entre eles.

Nas próximas seções são detalhados os testes realizados para cada um dos quatro períodos do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP. Os experimentos foram conduzidos utilizando a base de cursos e disciplinas de 2020.

5.1 Primeiro Período

O problema definido para o Primeiro Período do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP envolve 29 disciplinas presentes nas grades curriculares dos 11 cursos oferecidos. Neste período, os cursos estão divididos em 31 blocos de alunos. A Tabela 9 apresenta as informações relacionadas aos cursos para o período questão, indicando número de alunos e quantidade de blocos para cada um deles. A Tabela 14, que se encontra no Anexo A deste Trabalho de Formatura, apresenta informações relacionadas às disciplinas tratadas neste problema, como número de turmas, frequência (semanal ou quinzenal), tipo de aula (simples ou dupla), carga horária e número de professores disponíveis para ministrar as aulas.

Tabela 9: Número de alunos e blocos por curso do Primeiro Período da Escola Politécnica da USP.

Curso	Número de alunos	Número de blocos
Engenharia de Computação	40	1
Engenharia Elétrica	180	6
Engenharia Civil	135	4
Engenharia Ambiental	55	2
Engenharia de Minas	40	2
Engenharia de Metais	50	2
Engenharia Naval	45	1
Engenharia Mecânica	70	4
Engenharia Química	61	3
Engenharia Mecatrônica	61	4
Engenharia de Produção	75	2

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019a). Elaborado pela autora.

O resultado obtido com o *Gurobi* para este Primeiro Período apresentou as seguintes características:

- Número de variáveis: 13301 inteiras (das quais 13065 binárias)
- Número de restrições: 2540567
- Resultado da função objetivo: 0,381215
- *Gap* de otimalidade: 49,0650%

A solução reportada pelo otimizador não teve sua otimalidade comprovada e foi obtida após o tempo limite de 12 horas definido para a otimização.

Após a solução do problema e definição do valor das variáveis de decisão estipuladas, foram elaboradas as Figuras 8, 9, 10 e 11, que representam as grades horárias dos cursos das Grandes Áreas Civil, Elétrica, Mecânica e Química, respectivamente. As disciplinas são indicadas nas imagens por meio de seus códigos oficiais. A associação entre o código e o nome da disciplina encontra-se na Tabela 15 no Anexo A.

Figura 8: Grade horária proposta como a solução do problema para o Primeiro Período da Grande Área Civil.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Primeiro Período					
Curso	Ambiental			Civil	
	Bloco	1	2	1	2
seg	07h30-09h10	4323101 - t12	4323101 - t10	PCC3100 - t11	MAT2453 - t10
	09h20-11h00	MAC2166 - t12	MAT2453 - t12	MAT2453 - t11	MAC2166 - t12
	13h10-14h50	MAT3457 - t10	MAC2166 - t11	4323101 - t9	MAT3457 - t10
	15h00-16h40	MAT2453 - t9		MAT2453 - t9	MAC2166 - t10
ter	07h30-09h10	PMT3130 PV - t6		MAC2166 - t9	PMT3130 - t3 O1
	09h20-11h00	Q2	MAT3457 - t12	MAT3457 - t9	PCC3100 - t17
	13h10-14h50		PMT3130 - t2 O1		MAT3457 - t11
	15h00-16h40				PCC3100 - t19
enb	07h30-09h10	PHA3101 - t1			MAT2453 - t10
	09h20-11h00	MAT3457 - t10	4323101 - t10	4323101 - t9	MAT3457 - t10
	13h10-14h50	MAT2453 - t9	MAT2453 - t12	MAT2453 - t9	4323101 - t11
	15h00-16h40	MAC2166 - t12	MAC2166 - t11	MAC2166 - t9	MAC2166 - t10
inb	07h30-09h10				
	09h20-11h00	PCC3100 - t16	MAT2453 - t12	PMT3130 PV - t11	PMT3130 PV - t2
	13h10-14h50	4323101 - t12	PCC3100 - t12	MAT3457 - t9	Q2
	15h00-16h40	PMT3130 - t1 O1			
SEX	07h30-09h10	PT3111 - t1	PT3111 - t3	PT3111 - t1	PT3111 - t2
	09h20-11h00	PT3111 - t1	PT3111 - t1	PT3111 - t1	PT3111 - t3
	13h10-14h50	MAT2453 - t9	MAT3457 - t12	MAT2453 - t9	313101 - t2
	15h00-16h40			313101 - t1	MAT2453 - t10

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 9: Grade horária proposta como a solução do problema para o Primeiro Período da Grande Área Elétrica.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Primeiro Período							
Curso	Bloco	Elétrica					
		1	2	3	4	5	6
seg	07h30-09h10	PCC3100 - t1	MAT2453 - t8	4323101 - t8	PMT3131 PV - t7		PMT3100 - t5
	09h20-11h00	MAC2166 - t8	4323101 - t6	MAT2453 - t2	Q2	MAT2453 - t2	MAT2453 - t6
	13h10-14h50	MAT2453 - t1	PMT3100 - t1	PMT3100 - t4			PMT3131 - t2 Q1
	15h00-16h40	PMT3131 - t6 Q1	4323101 - t2	PMT3131 - t4 Q1	4323101 - t5	PCC3100 - t9	
ter	07h30-09h10	PMT3131 PV - t9 Q2	MAT2453 - t4			MAT2453 - t7	MAC2166 - t7
	09h20-11h00		MAC2166 - t6	PEA3100 - t2	MAT3457 - t7		PEA3100 - t2
	13h10-14h50	4323101 - t1	PEA3100 - t1	MAC2166 - t4	PEA3100 - t1	4323101 - t7	
	15h00-16h40			PCC3100 - t1		MAT2453 - t2	MAT2453 - t6
enb	07h30-09h10	PCC3100 - t3					
	09h20-11h00		MAC2166 - t6	4323101 - t8		PMT3131 PV - t2 Q2	PCC3100 - t3
	13h10-14h50	PMT3100 - t3	MAT3457 - t5	MAT2453 - t2	PMT3100 - t3	MAT2453 - t2	MAT3457 - t5
	15h00-16h40			MAT3457 - t2	MAC2166 - t5	PEA3100 - t3	MAC2166 - t5
nub	07h30-09h10	MAT2453 - t1					
	09h20-11h00	MAT3457 - t1	MAT2453 - t4	PCC3100 - t7	MAT2453 - t7		MAT2453 - t6
	13h10-14h50		PEA3100 - t1	PEA3100 - t2		4323101 - t7	
	15h00-16h40	4323101 - t1	MAT3457 - t5			MAC2166 - t7	MAT3457 - t5
sex	07h30-09h10	MAT3457 - t1					
	09h20-11h00	PMT3131 - t1 Q1	MAT3457 - t1	PMT3131 PV - t6 Q2			MAC2166 - t5
	13h10-14h50	MAC2166 - t8	MAT2453 - t4 Q1	MAC2166 - t4	MAT3457 - t7		
	15h00-16h40	MAT2453 - t1	4323101 - t2	MAT3457 - t2	MAT2453 - t7	PEA3100 - t3	

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 10: Grade horária proposta como a solução do problema para o Primeiro Período da Grande Área Mecânica.

Curso	Grade Horária do Ciclo Básico para o Primeiro Período												
	Mecânica						Mecatrônica						Naval
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	
Seg	07h30-09h10 MAT2453-18	07h30-09h10 MAT2453-15	07h30-09h10 PCC3100-12										
ter	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16	09h20-11h00 4323101-16
qua	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16	13h10-14h50 PCC3100-16
qui	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16	15h00-16h40 MAC2166-16
sex	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15	07h30-09h10 MAC2166-15

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 11: Grade horária proposta como a solução do problema para o Primeiro Período da Grande Área Química.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Primeiro Período			
Curso	Metal		Química
Bloco	1	2	1 2 3
seg	07h30-09h10	4323101 - t10	4323101 - t10
	09h20-11h00	MAT2453 - t11	MAT2453 - t12
	13h10-14h50	PQI3101 PV - t1	MAT2453 - t11
	15h00-16h40	PQI3101 PV - t3	PCC3100 - t13
ter	07h30-09h10	MAC2166 - t9	MAC2166 - t9
	09h20-11h00	MAT3457 - t12	MAT3457 - t12
	13h10-14h50	PMI3101 - t1	PQI3102 PV - t2
	15h00-16h40	PMI303 - t1	O2
qua	07h30-09h10	PQI3101 - t1	PQI3102 - t1 O1
	09h20-11h00	4323101 - t10	MAT3457 - t10
	13h10-14h50	MAT2453 - t11	MAT2453 - t12
	15h00-16h40	MAC2166 - t9	MAC2166 - t10
qui	07h30-09h10		
	09h20-11h00		
sex	07h30-09h10	PCC3100 - t18	PCC3100 - t14
	09h20-11h00	MAT3457 - t12	PCC3100 - t14
	13h10-14h50	MAT2453 - t11	MAT3457 - t12
	15h00-16h40	MAT2453 - t11	MAT2453 - t11

Fonte: Elaborado pela autora.

As Tabelas 16 e 17, presentes no Anexo A, apresentam mais informações sobre os valores obtidos para as variáveis de decisão associadas às disciplinas e aos cursos, respectivamente.

A resolução otimizada com o modelo dedicado ao Primeiro Período do Ciclo Básico eliminou a ocorrência de turmas com aulas em dias consecutivos do horizonte de planejamento para a maioria das disciplinas do período. É possível perceber que as disciplinas cujas turmas ainda apresentaram aulas em dias consecutivos do horizonte de planejamento estão presentes na grade curricular de todos os cursos estudados, sendo elas: Introdução à Computação (MAC2166), Cálculo Diferencial e Integral I (MAT2453) e Álgebra Linear (MAT3457). Nota-se que Cálculo Diferencial e Integral I é a disciplina que apresenta maior ocorrência de aulas em dias consecutivos, mas esta é a única que demanda três aulas semanais, sendo, assim, mais propensa a ter aulas alocadas em dias consecutivos.

A solução encontrada foi capaz de concentrar as aulas das turmas de diversas disciplinas em menos dias do horizonte de planejamento. Apenas cinco disciplinas ocuparam os dez dias disponíveis e estas são as disciplinas presentes na grade curricular de todos os cursos da Escola Politécnica: Física I (4323101), Introdução à Computação, Cálculo Diferencial e Integral I, Álgebra Linear e Representação Gráfica para Projeto (PCC3100). Elas apresentam maior complexidade por envolverem variáveis dos 11 cursos e precisam estar alinhadas com as aulas das diversas outras disciplinas que devem fazer parte das grades desses cursos. Além disso, a disciplina de Representação Gráfica para Projeto apresenta uma grande restrição por possuir apenas 2 professores para ministrar 19 turmas com aulas semanais, com o que é necessária a utilização de todos os dias da semana para que a alocação de todas as aulas das turmas.

O objetivo de minimização do número de alunos em turmas de uma dada disciplina foi o que apresentou maior dificuldade para ser atendido. Algumas disciplinas apresentaram turmas com mais de 100 alunos, como visto na Tabela 16, que apresenta os valores obtidos para as variáveis l_d (número máximo de alunos alocados em uma turma da disciplina d). Isso ocorre porque este objetivo apresenta a menor penalização ao não ser atendido pelo modelo. Além disso, o número de alunos nas turmas está relacionado ao número de blocos em cada curso e a como os alunos do curso são divididos entre estes blocos. Assim, a definição dos blocos de forma diferente pode facilitar o modelo a atingir uma solução mais aderente a este objetivo.

O modelo foi capaz de eliminar as janelas de diversos blocos de alunos, restando apenas janelas para 8 dos 31 blocos. Em relação ao número de dias do horizonte de planejamento nos quais os blocos de alunos possuem aulas alocada, o modelo foi capaz de eliminar aulas em alguns dias para diversos blocos de alunos. Por exemplo, os alunos do curso de Engenharia Metalúrgica possuem todas as quintas-feiras livres, reduzindo a necessidade de deslocamento desses alunos até a universidade.

5.2 Segundo Período

O problema definido para o Segundo Período do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP envolve 32 disciplinas presentes nas grades curriculares dos 11 cursos oferecidos. Neste período, os cursos estão divididos em 32 blocos de alunos. A Tabela 10 apresenta as informações relacionadas aos cursos para o período questão, indicando número de alunos e quantidade de blocos para cada um deles. A Tabela 18, que se encontra no Anexo B deste Trabalho de Formatura, apresenta informações relacionadas às disciplinas tratadas

no problema, como número de turmas, frequência (semanal ou quinzenal), tipo de aula (simples ou dupla), carga horária e número de professores disponíveis para ministrar as aulas.

Tabela 10: Número de alunos e blocos por curso do Segundo Período da Escola Politécnica da USP.

Curso	Número de alunos	Número de blocos
Engenharia de Computação	70	2
Engenharia Elétrica	164	8
Engenharia Civil	135	4
Engenharia Ambiental	55	2
Engenharia de Minas	40	1
Engenharia de Metais	50	2
Engenharia Naval	45	4
Engenharia Mecânica	70	4
Engenharia Química	61	2
Engenharia Mecatrônica	61	4
Engenharia de Produção	75	2

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019b). Elaborado pela autora.

O resultado obtido com o *Gurobi* para este Segundo Período apresentou as seguintes características:

- Número de variáveis: 12789 inteiras (das quais 12566 binárias)
- Número de restrições: 2210886
- Resultado da função objetivo: 0,454246
- *Gap* de otimalidade: 30,0993%

A solução reportada pelo otimizador não teve sua otimalidade comprovada e foi obtida após o tempo limite de 12 horas definido para a otimização.

Após a solução do problema e definição do valor das variáveis de decisão estipuladas, foram elaboradas as Figuras 12, 13, 14 e 15, que representam as grades horárias dos cursos das Grandes Áreas Civil, Elétrica, Mecânica e Química, respectivamente. As disciplinas são indicadas nas imagens por meio de seus códigos oficiais. A associação entre o código e o nome da disciplina encontra-se na Tabela 19 no Anexo B.

Figura 13: Grade horária proposta como a solução do problema para o Segundo Período da Grande Área Elétrica.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Segundo Período								
Curso	Computação				Elétrica			
	1	2	3	4	5	6	7	8
seg								
07h30-09h10								
09h20-11h00								
13h10-14h50								
15h00-16h40								
ter								
07h30-09h10								
09h20-11h00								
13h10-14h50								
15h00-16h40								
qua								
07h30-09h10								
09h20-11h00								
13h10-14h50								
15h00-16h40								
qui								
07h30-09h10								
09h20-11h00								
13h10-14h50								
15h00-16h40								
sex								
07h30-09h10								
09h20-11h00								
13h10-14h50								
15h00-16h40								

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 14: Grade horária proposta como a solução do problema para o Segundo Período da Grande Área Mecânica.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Segundo Período																
Curso	Mecânica				Mecatrônica				Produção				Naval			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
seg	07h30-09h10															
	09h20-11h00	4323102 - 18														
	13h10-14h50															
	15h00-16h40															
ter	07h30-09h10	MAT2455 - 17														
	09h20-11h00	PRO3213 - 11														
	13h10-14h50	PME3100 - 18														
	15h00-16h40															
qua	07h30-09h10															
	09h20-11h00															
	13h10-14h50															
	15h00-16h40															
qui	07h30-09h10															
	09h20-11h00															
	13h10-14h50															
	15h00-16h40															
sex	07h30-09h10															
	09h20-11h00															
	13h10-14h50															
	15h00-16h40															

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 15: Grade horária proposta como a solução do problema para o Segundo Período da Grande Área Química.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Segundo Período					
Curso	Metal		Química		
	1	2	1	2	
Bloco					
07h30-09h10	MAT3458 - t2	MAT3458 - t11	MAT3458 - t4	MAT3458 - t2	QFL2426 - t1
09h20-11h00	PMT3110 - t2	PMT3110 - t3	PCC3101 - t1	PQI3103 PV - t2	
13h10-14h50				QFL2426 - t2	
15h00-16h40	PME3100 - t9		PME3100 - t9		PME3100 - t6

seg	
07h30-09h10	
09h20-11h00	PRO3213 - t1
13h10-14h50	
15h00-16h40	

ter	
07h30-09h10	MAT2455 - t5
09h20-11h00	
13h10-14h50	
15h00-16h40	PME3100 - t7

qu	
07h30-09h10	
09h20-11h00	MAT2455 - t9
13h10-14h50	
15h00-16h40	

qui	
07h30-09h10	
09h20-11h00	MAT2455 - t9
13h10-14h50	
15h00-16h40	

sex	
07h30-09h10	
09h20-11h00	
13h10-14h50	MAT2455 - t5
15h00-16h40	

Fonte: Elaborado pela autora.

As Tabelas 20 e 21, presentes no Anexo B, apresentam mais informações sobre os valores obtidos para as variáveis de decisão associadas às disciplinas e aos cursos, respectivamente.

O modelo elaborado para o Segundo Período apresentou alta eficiência na redução de disciplinas com aulas em dias consecutivos do horizonte de planejamento, com ocorrências em turmas de apenas 4 das 32 disciplinas oferecidas no período em questão: Cálculo Diferencial e Integral II (MAT2454), Álgebra Linear II (MAT3458), Introdução à Ciência dos Materiais para Engenharia (PMT3110) e Princípios de Administração de Empresas (PRO3213). As duas primeiras são disciplinas presentes na grade curricular de todos os cursos considerados pelo modelo e, por isso, apresentam maior complexidade para que seja possível o distanciamento das aulas ao longo do horizonte de planejamento.

Assim como para o modelo utilizado para a geração de grades do Primeiro Período, a solução do modelo para o Segundo Período também apresentou maior dificuldade na concentração de aulas no menor número de dias do horizonte de planejamento para disciplinas que estão presentes na grade curricular de diversos cursos e, consequentemente,

possuem diversas turmas. Contudo, é possível perceber o sucesso da otimização realizada pelo modelo para diversas outras disciplinas. Por exemplo, nota-se que as 5 turmas da disciplina Fundamentos de Ciência e Engenharia dos Materiais (PMT3100), ministradas para os cursos de Engenharia Ambiental, Civil e de Minas, estão alocadas no segundo (9h20 às 11h00) ou terceiro (13h10 às 14h50) horários da quinta-feira.

Em relação ao objetivo de redução do número de janelas nas grades horárias de alunos, o modelo mostrou-se bem sucedido, restando janelas nas grades de apenas 6 dos 35 blocos de alunos considerados no problema. A minimização do número de dias do horizonte de planejamento nos quais os blocos de alunos possuem aulas alocadas também foi bastante otimizado. Por exemplo, todos os blocos de alunos do curso de Engenharia Civil possuem um dia da semana sem aulas alocadas.

5.3 Terceiro Período

O problema definido para o Terceiro Período do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP envolve 49 disciplinas presentes nas grades curriculares dos 11 cursos oferecidos. Neste período, os cursos estão divididos em 29 blocos de alunos. A Tabela 11 apresenta as informações relacionadas aos cursos para o período questão, indicando número de alunos e quantidade de blocos para cada um deles. A Tabela 22, que se encontra no Anexo C deste Trabalho de Formatura, apresenta informações relacionadas às disciplinas tratadas no problema, como número de turmas, frequência (semanal ou quinzenal), tipo de aula (simples ou dupla), carga horária e número de professores disponíveis para ministrar as aulas.

Tabela 11: Número de alunos e blocos por curso do Terceiro Período da Escola Politécnica da USP.

Curso	Número de alunos	Número de blocos
Engenharia de Computação	40	2
Engenharia Elétrica	180	6
Engenharia Civil	135	4
Engenharia Ambiental	55	2
Engenharia de Minas	40	2
Engenharia de Metais	50	2
Engenharia Naval	45	3
Engenharia Mecânica	70	3
Engenharia Química	61	1
Engenharia Mecatrônica	61	5
Engenharia de Produção	75	2

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019a). Elaborado pela autora.

O resultado obtido com o *Gurobi* para este Terceiro Período apresentou as seguintes características:

- Número de variáveis: 14179 inteiras (das quais 13902 binárias)
- Número de restrições: 2202448
- Resultado da função objetivo: 0,425888
- *Gap* de otimalidade: 48,7403%

A solução reportada pelo otimizador não teve sua otimalidade comprovada e foi obtida após o tempo limite de 12 horas definido para a otimização.

Após a solução do problema e definição do valor das variáveis de decisão estipuladas, foram elaboradas as Figuras 16, 17, 18 e 19, que representam as grades horárias dos cursos das Grandes Áreas Civil, Elétrica, Mecânica e Química, respectivamente. As disciplinas são indicadas nas imagens por meio de seus códigos oficiais. A associação entre o código e o nome da disciplina encontra-se na Tabela 23 no Anexo C.

Figura 16: Grade horária proposta como a solução do problema para o Terceiro Período da Grande Área Civil.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Terceiro Período				
Curso	Ambiental		Civil	
	1	2	1	2
Bloco				
07h30-09h10		303200 - t1	PME3222 - t3	4323203 - t6
09h20-11h00	303200 - t12		PHA3203 - t3	PME3222 - t2
13h10-14h50	4323203 - t2		PME3222 PV - t4	4323201 - t2
15h00-16h40	PME3238 - t1			Q1
07h30-09h10	PO3221 - t1		GMG3201 - t1	PME3222 PV - t2
09h20-11h00	4323203 - t2		4323203 - t2	Q2
13h10-14h50			MAT2455 - t8	GMG3201 - t3
15h00-16h40			PCC3221 - t1	303200 - t4
				MAT2455 - t10
07h30-09h10		4323203 - t9		4323203 - t9
09h20-11h00			PCC3260 - t2	PCC3260 - t1
13h10-14h50			PHA3203 - t1	MAT2455 - t10
15h00-16h40			PRO3211 - t1	PCC3221 - t3
07h30-09h10	MAT2455 - t12	4323203 - t9		4323203 - t9
09h20-11h00	PME3238 - t1			PCC3260 - t1
13h10-14h50	PEF3200 - t3	4323201 - t4	4323201 - t5	PRO3211 - t2
15h00-16h40		Q2		303200 - t2
07h30-09h10	MAT2455 - t12	MAT2455 - t8		4323201 - t6
09h20-11h00	PO3221 - t1		PEF3200 - t1	Q2
13h10-14h50			4323201 - t10	4323203 - t6
15h00-16h40	4323201 - t3	PEF3200 - t2	PEF3200 - t2	MAT2455 - t9
	Q2			

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 17: Grade horária proposta como a solução do problema para o Terceiro Período da Grande Área Elétrica.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Terceiro Período								
Curso	Computação		Elétrica					
	1	2	1	2	3	4	5	6
07h30-09h10	303200 - t1	FS3211 - t3						
09h20-11h00	FS3211 - t1	303200 - t12						
13h10-14h50	MAC0321 - t2	MAC0321 - t1						
15h00-16h40								
seg								
07h30-09h10								
09h20-11h00								
13h10-14h50	PCS3213 - t1							
15h00-16h40								
ter								
07h30-09h10								
09h20-11h00	4323203 - t1	PME3033 - t1						
13h10-14h50	FS3211 - t1	MAT2455 - t2						
15h00-16h40	PME3033 - t2							
qua								
07h30-09h10	MAT2455 - t1							
09h20-11h00	PEF3208 - t1	FS3211 - t3						
13h10-14h50		PEF3208 - t3						
15h00-16h40								
qui								
07h30-09h10								
09h20-11h00	4323201 - t1							
13h10-14h50	4323203 - t1	4323203 - t10						
15h00-16h40	MAT2455 - t1	MAT2455 - t2						
sex								
07h30-09h10								
09h20-11h00	4323201 - t1							
13h10-14h50	4323203 - t1	4323203 - t10						
15h00-16h40	MAT2455 - t1	MAT2455 - t2						

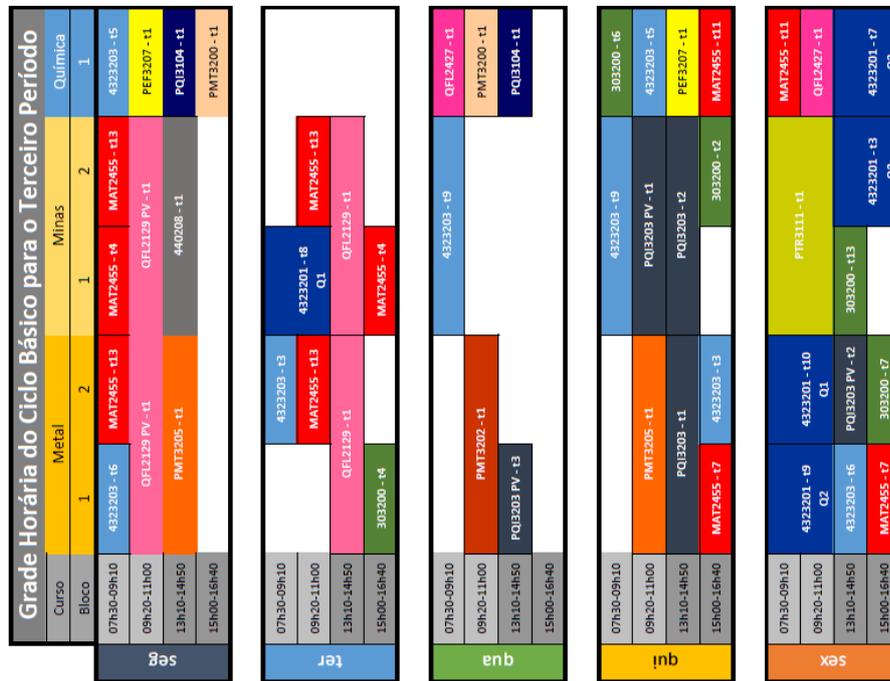
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 18: Grade horária proposta como a solução do problema para o Terceiro Período da Grande Área Mecânica.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Terceiro Período													
Curso	Mecânica			Mecatrônica					Produção			Naval	
	1	2	3	1	2	3	4	5	1	2	3		
seg													
Bloco													
07h30-09h10	MAT2455 - t4	4323203 - t11	303200 - t1	PMR3202 PV - t1	303200 - t1	PMR3202 PV - t3	MAT2455 - t4	MAT2455 - t13	PEF2202 - t2	PMR3203 PV - t2	MAT2455 - t4		
09h20-11h00		303200 - t12	PME3210 - t2		PME3200 - t3		PME3200 - t3	POB211 - t1			PMV3210 - t1		
13h10-14h50	PME3200 - t2			PME3200 - t2		PME3202 - t1			PRO3151 - t2	4323203 - t7			
15h00-16h40		4323201 - t2	QI	PHA3001 - t2	PHA3001 - t1					PRO3151 - t1			
ter													
07h30-09h10													
09h20-11h00	4323203 - t12			4323201 - t8	QI					4323201 - t8			4323201 - t8
13h10-14h50	PME3200 - t2	PME3200 - t6		PME3200 - t2									PME3200 - t6
15h00-16h40	MAT2455 - t4												303200 - t4
qua													
07h30-09h10													
09h20-11h00													
13h10-14h50	PME3210 - t1			PMR3201 PV - t2									
15h00-16h40													
qui													
07h30-09h10													
09h20-11h00													
13h10-14h50	PME3220 - t1			PMR3201 PV - t2									
15h00-16h40													
sex													
07h30-09h10													
09h20-11h00													
13h10-14h50													
15h00-16h40													

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 19: Grade horária proposta como a solução do problema para o Terceiro Período da Grande Área Química.



Fonte: Elaborado pela autora.

As Tabelas 24 e 25, presentes no Anexo C, apresentam mais informações sobre os valores obtidos para as variáveis de decisão associadas às disciplinas e aos cursos, respectivamente.

A solução encontrada foi capaz de eliminar aulas em dias consecutivos para todas as turmas de 40 das 49 disciplinas oferecidas no período analisado. Assim como no resultado obtido para o Primeiro e o Segundo Períodos, o Terceiro Período apresentou mais ocorrências de aulas em dias consecutivos para disciplinas presentes nas grades curriculares de todos os cursos considerados: Cálculo Diferencial e Integral III (MAT2455) e Física III (4323203). Estas disciplinas também apresentaram alocação de aulas em todos os 10 dias do horizonte de planejamento. Para o modelo dedicado ao Terceiro Período, o objetivo de minimização do número máximo de alunos em turmas também foi o que apresentou maior dificuldade para ser satisfeito.

O modelo para o Terceiro Período demonstrou maior dificuldade do que os modelos para o Primeiro e o Segundo Períodos para a redução do número de janelas nas grades dos alunos. A solução para este modelo apresentou diversas janelas nas grades horárias

dos alunos de Engenharia Elétrica e Engenharia Mecatrônica. Por outro lado, o modelo foi capaz de eliminar aulas em dias do horizonte de planejamento para alguns blocos de alunos. Por exemplo, os alunos de Engenharia Química possuem terças-feiras livres, reduzindo a necessidade de deslocamento até a Universidade.

5.4 Quarto Período

O problema definido para o Quarto Período do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP envolve 37 disciplinas presentes nas grades curriculares dos 11 cursos oferecidos. Neste período, os cursos estão divididos em 34 blocos de alunos. A Tabela 12 apresenta as informações relacionadas aos cursos para o período questão, indicando número de alunos e quantidade de blocos para cada um deles. A Tabela 26, que se encontra no Anexo D deste Trabalho de Formatura, apresenta informações relacionadas às disciplinas tratadas no problema, como número de turmas, frequência (semanal ou quinzenal), tipo de aula (simples ou dupla), carga horária e número de professores disponíveis para ministrar as aulas.

Tabela 12: Número de alunos e blocos por curso do Quarto Período da Escola Politécnica da USP.

Curso	Número de alunos	Número de blocos
Engenharia de Computação	40	2
Engenharia Elétrica	188	6
Engenharia Civil	135	4
Engenharia Ambiental	55	1
Engenharia de Minas	40	1
Engenharia de Metais	50	2
Engenharia Naval	45	4
Engenharia Mecânica	70	4
Engenharia Química	61	2
Engenharia Mecatrônica	61	4
Engenharia de Produção	75	4

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019b). Elaborado pela autora.

O resultado obtido com o *Gurobi* para este Quarto Período apresentou as seguintes características:

- Número de variáveis: 12496 inteiras (das quais 12266 binárias)
- Número de restrições: 1646665

- Resultado da função objetivo: 0,264823
- *Gap* de otimalidade: 32,5137%

A solução reportada pelo otimizador não teve sua otimalidade comprovada e foi obtida após o tempo limite de 12 horas definido para a otimização.

Após a solução do problema e definição do valor das variáveis de decisão estipuladas, foram elaboradas as Figuras 20, 21, 22 e 23, que representam as grades horárias dos cursos das Grandes Áreas Civil, Elétrica, Mecânica e Química, respectivamente. As disciplinas são indicadas nas imagens por meio de seus códigos oficiais. A associação entre o código e o nome da disciplina encontra-se na Tabela 27 no Anexo D.

Figura 20: Grade horária proposta como a solução do problema para o Quarto Período da Grande Área Civil.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Quarto Período					
Curso	Bloco	Civil			
		1	2	3	4
seg	07h30-09h10	PO3222 - t1	PRO3200 - t7	MAT2456 - t6	MAT2456 - t6
	09h20-11h00	PEF3201 - t3	PEF3201 - t2	MAT2456 - t7	PRO3200 - t8
	13h10-14h50	4323202 - t10	PEF3201 - t1	4323202 - t5	PEF3201 - t4
	15h00-16h40	4323202 - t10	4323202 - t5	4323202 - t5	
ter	07h30-09h10			PRO3200 - t2	
	09h20-11h00			PCC3260 - t2	
	13h10-14h50		4323202 - t3	4323202 - t8	
	15h00-16h40				
qua	07h30-09h10	PH43201 - t1			
	09h20-11h00	PO3222 - t1			
	13h10-14h50	PE43290 - t1			
	15h00-16h40	MAT2456 - t3			
qui	07h30-09h10		MAT2456 - t7	PCC3222 - t2	MAT2456 - t6
	09h20-11h00	PRO3200 - t9	PCC3222 - t1	PRO3200 - t9	PCC3222 - t3
	13h10-14h50		PCC3260 - t1	PCC3260 - t3	PCC3260 - t3
	15h00-16h40			MAT2456 - t6	
sex	07h30-09h10	MAT2456 - t3	PRO3200 - t7	PCC3231 - t2	PEF3201 - t4
	09h20-11h00	PH43201 - t1	PEF3201 - t1	PRO3200 - t2	PRO3200 - t8
	13h10-14h50	PRO3200 - t9	PRO3200 - t9	PRO3200 - t9	PCC3231 - t4
	15h00-16h40	PEF3201 - t3	PCC3231 - t1	PEF3201 - t2	PCC3231 - t3

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 21: Grade horária proposta como a solução do problema para o Quarto Período da Grande Área Elétrica.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Quarto Período						
Curso		Elétrica				
Bloco	1	2	3	4	5	6
seg	07h30-09h10	MAT2456 - t6	PRO3200 - t5	4323204 - t7	PTC3213 - t3	MAT2456 - t6
	09h20-11h00	4323204 - t1	4323204 - t4	PCS3225 - t2	PRO3200 - t8	PSB214 - t2
	13h10-14h50	PSB213 - t1	PSB213 - t4	PTC3213 - t1	PRO3200 - t4	MAT2456 - t9
	15h00-16h40	PRO3200 - t1	MAT2456 - t8	MAT2456 - t8	PSB213 - t3	MAT2456 - t8
ter	07h30-09h10	MAT2456 - t1			4323202 - t9	PRO3200 - t10
	09h20-11h00	PCS3225 - t1				PCS3225 - t1
	13h10-14h50	4323202 - t1			PSB214 - t4	PSB214 - t5
	15h00-16h40				PSB214 - t4	4323202 - t2
qua	07h30-09h10		PCS3225 - t3	PSB213 - t3		
	09h20-11h00				MAT2456 - t4	PSB214 - t6
	13h10-14h50				PCS3225 - t4	
	15h00-16h40				PTC3213 - t2	PTC3213 - t2
qui	07h30-09h10				4323204 - t7	4323204 - t8
	09h20-11h00	PCS3225 - t1	PSB213 - t4	PCS3225 - t2	PSB213 - t2	4323202 - t7
	13h10-14h50	4323204 - t1	4323204 - t4	4323204 - t9	4323204 - t1	PRO3200 - t10
	15h00-16h40	MAT2456 - t1	MAT2456 - t6	PRO3200 - t5	MAT2456 - t6	MAT2456 - t9
sex	07h30-09h10	PSB213 - t1	PCS3225 - t3	PSB213 - t3		
	09h20-11h00	PRO3200 - t1	PRO3200 - t8	4323204 - t9	PRO3200 - t4	
	13h10-14h50	PSB214 - t1		PTC3213 - t2	PTC3213 - t3	PSB214 - t3
	15h00-16h40			PSB214 - t1	4323202 - t2	PTC3213 - t3

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 22: Grade horária proposta como a solução do problema para o Quarto Período da Grande Área Mecânica.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Quarto Período																
Curso	Mecânica				Mecatrônica				Produção				Naval			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
seg	07h30-09h10															
	09h20-11h00															
	13h10-14h50															
	15h00-16h40															
ter	07h30-09h10															
	09h20-11h00															
	13h10-14h50															
	15h00-16h40															
qua	07h30-09h10															
	09h20-11h00															
	13h10-14h50															
	15h00-16h40															
qui	07h30-09h10															
	09h20-11h00															
	13h10-14h50															
	15h00-16h40															
sex	07h30-09h10															
	09h20-11h00															
	13h10-14h50															
	15h00-16h40															

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 23: Grade horária proposta como a solução do problema para o Quarto Período da Grande Área Química.

Grade Horária do Ciclo Básico para o Quarto Período			
Curso	Metal	Minas	Química
Bloco	1	2	1
seg			
07h30-09h10			
09h20-11h00	MAT2456 - t5	PRO3200 - t7	MAT2456 - t5
13h10-14h50	PRO3200 - t6	4323204 - t8	PRO3200 - t8
15h00-16h40	QFL2426 - t2		4323204 - t3
			POB202 - t1
ter			
07h30-09h10	MAT2456 - t5	MAT2456 - t1	MAT2456 - t2
09h20-11h00	PMT3206 - t1	PRO3200 - t2	PRO3200 - t2
13h10-14h50	QFL2308 - t1	QFL2308 PV - t2	QFL2308 PV - t1
15h00-16h40	4323202 - t4 Q1	4323202 - t3 Q2	4323202 - t4 Q1
			POB202 - t1
qua			
07h30-09h10			
09h20-11h00			
13h10-14h50			
15h00-16h40			PRO3200 - t3
qui			
07h30-09h10	QFL2308 - t1	4323204 - t8	QFL2308 - t1
09h20-11h00	PMT3206 - t1		POB202 - t1
13h10-14h50	4323204 - t9	QFL2308 - t2	QFL2308 - t2
15h00-16h40	PRO3200 - t6	MAT2456 - t1	MAT2456 - t2
sex			
07h30-09h10			
09h20-11h00	4323204 - t9	PRO3200 - t2	PRO3200 - t8
13h10-14h50	PMB201 - t2	PMB201 - t2	PRO3200 PV - t2
15h00-16h40		4323202 - t2 Q1	PRO3200 - t3
			4323204 - t3

Fonte: Elaborado pela autora.

As Tabelas 28 e 29, presentes no Anexo D, apresentam mais informações sobre os valores obtidos para as variáveis de decisão associadas às disciplinas e aos cursos, respectivamente.

O modelo de agendamento de aulas para o Quarto Período apresentou alta eficiência para a redução de aulas de uma mesma turma de dada disciplina em dias consecutivos do horizonte de planejamento. A solução otimizada para a grade horária apresentou apenas 4 ocorrências de aulas de uma mesma turma em dias consecutivos. As disciplinas nas quais foram identificadas essas ocorrências foram: Física IV (4323204), Cálculo Diferencial e Integral IV (MAT2456) e Estatística (PRO3200). As duas últimas também foram as únicas que apresentaram aulas alocadas em todos os dias da semana. Assim como para os outros experimentos computacionais, este modelo apresentou maior dificuldade para a otimização de variáveis relacionadas a disciplinas que estão presentes nas grades curriculares de todos os cursos considerados pelo modelo.

A solução do modelo para o Quarto Período foi bem sucedido na redução de janelas nas grades horárias dos alunos, com apenas uma janela das 9h20 às 11h na quarta-feira

para parte dos alunos da Engenharia de Computação, e uma janela das 13h10 às 14h50 na segunda-feira para um bloco de alunos da Engenharia Mecatrônica. Além disso, o modelo reduziu consideravelmente o número de dias do horizonte de planejamento em que os blocos de alunos possuem aulas alocadas, resultando em uma solução em que 17 dos 34 blocos apresentaram pelo menos um dia da semana sem nenhuma aula alocada. Outros blocos de alunos também apresentaram dias da semana em que nenhuma aula foi alocada quinzenalmente. Por exemplo, parte dos alunos de Engenharia Civil possui aulas nas terças-feiras apenas na segunda quinzena do horizonte de planejamento.

5.5 Consolidação das Análises Realizadas e Principais Insights

Os experimentos realizados apresentaram entre 12 e 14 mil variáveis discretas e cerca de 2 milhões de restrições. Além disso, as soluções reportadas pelo otimizador apresentaram *gaps* de otimalidade na ordem de 40%, todos após 12 horas de processamento, o que evidencia a complexidade do Problema de Agendamento de Aulas em Universidades para o caso do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP. A Tabela 13 apresenta as principais características dos experimentos computacionais realizados.

Tabela 13: Resumo das principais informações dos experimentos computacionais realizados.

Período Estudado	Número de disciplinas	Número de turmas (total)	Número de blocos (total)	Número de variáveis	Número de restrições	Resultado da função objetivo	<i>Gap</i> de otimalidade
Primeiro	29	94	31	13301 inteiras (13065 binárias)	2540567	0,381215	49,0650%
Segundo	32	124	35	12789 inteiras (12566 binárias)	2210886	0,454246	30,0993%
Terceiro	49	147	32	14179 inteiras (13902 binárias)	2202448	0,425888	48,7403%
Quarto	37	122	34	12496 inteiras (2266 binárias)	1646665	0,264823	32,5137%

Fonte: Elaborado pela autora.

Com a realização dos experimentos computacionais, foi possível perceber a complexidade do problema estudado, que envolve milhares de variáveis e milhões de restrições. Além disso, apesar de apresentar o menor número de disciplinas, turmas e blocos dentre os quatro períodos, o modelo matemático para o Primeiro Período se destaca por possuir o maior número de restrições e o maior *gap* de otimalidade. Isso ocorre devido à maior presença de disciplinas comuns entre todos os cursos oferecidos pela Escola Politécnica

no período em questão. Assim, fica evidente o impacto do compartilhamento de recursos, neste caso as turmas e os professores de uma mesma disciplina, entre os alunos de diversos cursos.

Apesar do tamanho dos modelos gerados, foi possível obter soluções factíveis para cada um dos períodos do Ciclo Básico da Escola Politécnica, tendo sido respeitadas todas as restrições *hard* definidas. Por outro lado, dado que na prática o modelo viria a ser utilizado apenas para gerar quatro grades horárias no início de cada ano, o tempo de processamento do código elaborado é viável para apoiar a tomada de decisão em nível estratégico na Escola, podendo até ser ampliado o tempo limite imposto ao modelo. Dado o tamanho dos modelos estudados, a decomposição do problema por grandes áreas ou mesmo por cursos poderia facilitar a solução quando o otimizador apresenta dificuldade em encontrar soluções ótimas em tempo viável. Contudo, por não tratar o problema de forma integrada ao analisar os cursos separadamente, estas soluções separadas por grandes áreas ou por cursos provavelmente seriam não otimizadas.

Os resultados obtidos para os experimentos computacionais mostraram resultados positivos na minimização do número de disciplinas com aulas em dias consecutivos do horizonte de planejamento e do número de dias nos quais há aulas das disciplinas alocadas. A solução do modelo apresentou maior dificuldade de otimização destes aspectos para disciplinas que estão presentes na grade curricular de diversos cursos.

A minimização de janelas e do número de dias do horizonte de planejamento com aulas alocadas na grade horária dos alunos também foi bem sucedida. As soluções geradas apresentaram poucas janelas nas grades dos alunos, eliminando-as por completo para a maioria dos blocos considerados pelo modelo. Além disso, o otimizador foi capaz de gerar grades em que diversos blocos de alunos possuíam pelo menos um dia livre na semana.

A expressão da função objetivo que apresentou menor sucesso na otimização foi a de minimização do número de alunos em turmas de uma dada disciplina. Isso ocorre devido à menor penalidade envolvida caso a otimização não seja atendida pelo modelo. Além disso, o número de blocos de alunos em cada curso e o número de alunos em cada bloco foram definidos previamente e estão relacionados ao número de alunos alocados a cada turma. Assim, a determinação de blocos de forma diferente poderia permitir a obtenção de uma solução mais aderente à minimização do número de alunos em turmas de dada disciplina.

É importante notar que, dado o limite de tempo de 12 horas imposto ao resolvidor, as soluções obtidas não são comprovadamente ótimas, apenas factíveis. A ampliação

do tempo despendido pelo otimizador pode eventualmente permitir que este encontre soluções ainda mais alinhadas com as preferências de professores e alunos, por exemplo, com: menor número de disciplinas com aulas em dias consecutivos do horizonte de planejamento; menor número de janelas nas grades de alunos; maior concentração das aulas dos blocos de alunos no menor número possível de dias do horizonte de planejamento; maior concentração das aulas das turmas de uma dada disciplina no menor número possível de dias do horizonte de planejamento; e menor número máximo de alunos em turmas de uma dada disciplina.

As propostas geradas durante a realização deste Trabalho de Formatura foram apresentadas aos coordenadores do Ciclo Básico. Eles reconheceram a utilidade da ferramenta elaborada e concordaram que o modelo aborda as principais características do problema resolvido manualmente por eles, sendo um bom ponto de partida para a geração das grades para cada período do Ciclo Básico. As grades horárias propostas pela solução do modelo de otimização podem depois ser apresentadas para os professores envolvidos em cada período e refinadas qualitativamente conforme surjam demandas específicas de cursos e disciplinas. Assim, este modelo se configura como uma ferramenta bastante útil para apoiar a tomada de decisões, uma vez que, no momento, os coordenadores não dispõem de nenhuma ferramenta desse tipo que possa auxiliá-los nesta atividade de agendamento de aulas.

Por fim, o modelo elaborado representa adequadamente o Problema de Agendamento de Aulas em Universidades na forma que foi tratado durante a elaboração das grades horárias de 2020. Este ainda pode vir a ser estendido para atender outras demandas que surgirem na Universidade. Por exemplo, com o crescimento do ensino remoto e a possibilidade da aplicação de modelo de ensino híbrido na Escola Politécnica, o modelo pode vir a ser utilizado para gerar grades horárias que concentrem as aulas presenciais em menos dias do horizonte de planejamento, conseqüentemente gerando dias dedicados para as aulas remotas. Esta abordagem é importante, visto que reduz a necessidade de os alunos se deslocarem até a Escola. Além disso, existe uma preocupação por parte dos coordenadores em relação à falta de espaço para que os alunos realizem as aulas *online* na Universidade.

Além da extensão do modelo para representar características do ensino híbrido, este pode também vir a ser estendido para considerar a capacidade das salas e a alocação específica de professores para cada turma de uma dada disciplina. Estas decisões são de segunda ordem para o desenvolvimento da grades horárias atualmente, mas podem ser incluídas no modelo caso se tornem demandas dos coordenadores para o agendamento de

aulas. Também podem ser incluídas no modelo outras preferências de professores e alunos, como dias e/ou horários em que uma dada disciplina não pode ter aulas ministradas, devido a reuniões de departamento, ou em que os alunos de um determinado curso não podem assistir às aulas, devido à dedicação do horário para a realização de outras atividades, como palestras. Também podem ser reservados horários nas grades dos alunos para que sejam ministradas disciplinas optativas específicas de cada curso.

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

O presente Trabalho de Formatura abordou o Problema de Agendamento de Aulas em Universidades, mais especificamente no Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP. Este problema foi escolhido por ser muito relevante em instituições educacionais, e, em especial, no Ciclo Básico, devido à alta complexidade gerada pela variedade de cursos e disciplinas envolvidas. A automatização da geração das grades horárias pode reduzir o esforço realizado pelos Coordenadores em tal atividade, voltando recursos da universidade para tarefas de maior valor agregado.

Para a solução do problema proposto, foi elaborado um modelo matemático original, que contempla as especificidades do agendamento de aulas na instituição estudada. Apesar de não ter sido encontrado um modelo aplicável às particularidades do Ciclo Básico em pesquisas em artigos científicos, estas permitiram maior entendimento da área de pesquisa e deram base para a elaboração do modelo de otimização deste Trabalho de Formatura. As demandas existentes no problema abordado foram capturadas por meio de conversas com os coordenadores do Ciclo Básico, buscando compreender mais profundamente as necessidades de professores e alunos. A partir do modelo elaborado, foram utilizados os dados referentes aos quatro períodos do Ciclo Básico de 2020 para o estudo, obtendo-se então as quatro grades horárias para turmas de disciplinas e blocos de alunos.

O modelo elaborado apresenta variáveis e restrições estruturais, que são base para a geração das grades horárias, sendo utilizado para a alocação de blocos de alunos a turmas das disciplinas, cujas aulas são alocadas a horários e dias do horizonte do planejamento, considerando restrições essenciais, como a eliminação de conflitos nas grades de alunos. Além disso, o modelo proposto é capaz de otimizar a grade horária levando em consideração as principais preferências de professores e alunos, conforme identificadas em conversas com os coordenadores do Ciclo Básico. Estas são contempladas por meio da minimização de cinco termos na função objetivo do modelo: o número de disciplinas com aulas em dias consecutivos do horizonte de planejamento, o número de janelas nas grades do alunos, o número de dias no horizonte de planejamento nos quais os alunos têm aula,

o número de dias do horizonte de planejamento em que aulas de turmas de uma dada disciplina estão alocadas, e o número máximo de alunos alocados em uma turma de uma dada disciplina.

O modelo matemático desenvolvido e os resultados obtidos por meio dos experimentos computacionais foram apresentados aos coordenadores do Ciclo Básico da Escola Politécnica. Eles reconheceram a utilidade da ferramenta e indicaram que esta pode se tornar muito valiosa na atividade de geração de grades horárias, dado que eles não possuem atualmente nenhuma ferramenta que apoie essa tomada de decisão e reduza o tempo despendido no agendamento de aulas. As soluções encontradas com os modelos pelo otimizador podem servir como base para as grades horárias, sendo depois refinadas por meio de conversas entre os coordenadores do Ciclo Básico e os professores das disciplinas de cada período para ajustes pontuais que contemplem demandas específicas de disciplinas e cursos.

Como perspectivas futuras, o modelo pode ser estendido para incorporar outras características específicas dos cursos e disciplinas da instituição. Além disso, este pode ser adaptado para utilização em outros períodos dos cursos de engenharia da Escola Politécnica da USP e de outros institutos da Universidade. No contexto do crescimento do modelo híbrido de ensino, em que parte das aulas são ministradas presencialmente e o restante de forma remota, um modelo automatizado para geração das grades provavelmente poderá vir a ser muito relevante. Tal ferramenta pode ser adaptada para incluir objetivos de concentração das aulas presenciais no menor número possível de dias da semana, deixando os dias restante para aulas remotas. Assim, haverá a facilitação do planejamento das agendas por parte de alunos e professores, reduzindo deslocamentos até a Universidade.

Convém ainda destacar que os experimentos computacionais realizados possuíam milhares de variáveis e milhões de restrições e foram solucionados por meio da aplicação de abordagens de Programação Inteira pelo otimizador *Gurobi*. Todas as soluções obtidas apresentaram *gaps* de otimalidade da ordem de 40%. Com isso, como outra perspectiva futura para o problema abordado neste Trabalho de Formatura, seria interessante desenvolver outros métodos de solução (p.e., heurísticos e meta-heurísticos), para tentar encontrar soluções alternativas para o problema. Tais métodos de solução também poderiam ser baseados em estratégias de relaxação, decomposição, entre outras.

REFERÊNCIAS

- ABDELHALIM, E. A.; KHAYAT, G. A. E. A utilization-based genetic algorithm for solving the university timetabling problem (uga). *Alexandria Engineering Journal*, Elsevier, v. 55, n. 2, p. 1395–1409, 2016.
- ABDELLAHI, M.; ELEDUM, H. The university timetabling problem: Modeling and solution using binary integer programming with penalty functions. *International Journal of Applied Mathematics and Statistics*, Centre for Environment & Socio-Economic Research, v. 56, n. 6, p. 164–178, 2017.
- ABDULLAH, S.; BURKE, E. K.; MCCOLLUM, B. A hybrid evolutionary approach to the university course timetabling problem. In: *IEEE. 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. [S.l.], 2007. p. 1764–1768.
- ABDULLAH, S.; BURKE, E. K.; MCCOLLUM, B. Using a randomised iterative improvement algorithm with composite neighbourhood structures for the university course timetabling problem. In: *Metaheuristics*. [S.l.]: Springer, 2007. p. 153–169.
- ABDULLAH, S.; HAMDAN, A. R. A hybrid approach for university course timetabling. *International Journal of Computer Science and Network Security*, v. 8, n. 8, p. 127, 2008.
- ABDULLAH, S.; TURABIEH, H. On the use of multi neighbourhood structures within a tabu-based memetic approach to university timetabling problems. *Information Sciences*, Elsevier, v. 191, p. 146–168, 2012.
- ABUHANIA, A.; IVANCHENKO, A. Automatization of university timetabling problems. *Saba Journal Of Information Technology And Networking*, v. 2, n. 1, 2014.
- AIZAM, N. A. H.; CACCETTA, L. Computational models for timetabling problem. *Numerical Algebra, Control & Optimization*, American Institute of Mathematical Sciences, v. 4, n. 3, p. 269, 2014.
- AKKAN, C.; GÜLCÜ, A.; KUŞ, Z. Minimum penalty perturbation heuristics for curriculum-based timetables subject to multiple disruptions. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 132, p. 105306, 2021.
- AL-YAKOOB, S. M.; SHERALI, H. D. A mixed-integer programming approach to a class timetabling problem: A case study with gender policies and traffic considerations. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 180, n. 3, p. 1028–1044, 2007.
- ALADAG, C.; HOCAOGLU, G. The effect of neighborhood structure and of move types in the problem of course timetabling with the tabu search algorithm. In: *Proceedings of the Fifth Statistics Conference*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 14–19.
- ALADAG, C. H.; HOCAOGLU, G.; BASARAN, M. A. The effect of neighborhood structures on tabu search algorithm in solving course timetabling problem. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 36, n. 10, p. 12349–12356, 2009.

- ARNTZEN, H.; LØKKETANGEN, A. A tabu search heuristic for a university timetabling problem. In: *Metaheuristics: Progress as real problem solvers*. [S.l.]: Springer, 2005. p. 65–85.
- AYCAN, E.; AYAV, T. Solving the course scheduling problem using simulated annealing. In: IEEE. *2009 IEEE International Advance Computing Conference*. [S.l.], 2009. p. 462–466.
- AZIZ, N. L. A.; AIZAM, N. A. H. A brief review on the features of university course timetabling problem. In: AIP PUBLISHING LLC. *AIP Conference Proceedings*. [S.l.], 2018. v. 2016, n. 1, p. 020001.
- BADONI, R. P.; GUPTA, D. A hybrid algorithm for university course timetabling problem. *Innovative Systems Design and Engineering*, v. 6, n. 2, p. 60–66, 2015.
- BADONI, R. P.; GUPTA, D. K.; MISHRA, P. A new hybrid algorithm for university course timetabling problem using events based on groupings of students. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 78, p. 12–25, 2014.
- BAGGER, N.-C. F.; SØRENSEN, M.; STIDSEN, T. R. Benders’ decomposition for curriculum-based course timetabling. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 91, p. 178–189, 2018.
- BAKIR, M. A.; AKSOP, C. A 0-1 integer programming approach to a university timetabling problem. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, v. 37, n. 1, p. 41–55, 2008.
- BANOWOSARI, L.; VALENTINE, V. University timetabling algorithm considering lecturer’s workload. In: *Proceedings of the Sixth International Multi-Conference on Computing in the Global Information Technology*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 31–37.
- BARTZ-BEIELSTEIN, T. et al. Evolutionary algorithms. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery*, Wiley Online Library, v. 4, n. 3, p. 178–195, 2014.
- BELLIO, R. et al. Feature-based tuning of simulated annealing applied to the curriculum-based course timetabling problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 65, p. 83–92, 2016.
- BETTINELLI, A. et al. An overview of curriculum-based course timetabling. *Top*, Springer, v. 23, n. 2, p. 313–349, 2015.
- BIFULCO, R.; BRETSCHEIDER, S. Estimating school efficiency: A comparison of methods using simulated data. *Economics of Education Review*, Elsevier, v. 20, n. 5, p. 417–429, 2001.
- BIRBAS, T.; DASKALAKI, S.; HOUSOS, E. School timetabling for quality student and teacher schedules. *Journal of Scheduling*, Springer, v. 12, n. 2, p. 177–197, 2009.
- BOLAJI, A. L. et al. University course timetabling using hybridized artificial bee colony with hill climbing optimizer. *Journal of Computational Science*, Elsevier, v. 5, n. 5, p. 809–818, 2014.

- BOLAND, N. et al. New integer linear programming approaches for course timetabling. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 35, n. 7, p. 2209–2233, 2008.
- BURKE, E. K. et al. Decomposition, reformulation, and diving in university course timetabling. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 37, n. 3, p. 582–597, 2010.
- BURKE, E. K.; NEWALL, J. P.; WEARE, R. F. A memetic algorithm for university exam timetabling. In: *international conference on the practice and theory of automated timetabling*. [S.l.]: Springer, 1995. p. 241–250.
- CACCHIANI, V. et al. A new lower bound for curriculum-based course timetabling. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 40, n. 10, p. 2466–2477, 2013.
- CARTER, M.; LAPORTE, G. Recent developments in practical course timetabling. *Practice and Theory of Automated Timetabling. Springer Lecture Notes in Computer Science Series*, v. 1408, p. 3–19, 1998.
- CARTER, M. W.; LAPORTE, G.; LEE, S. Y. Examination timetabling: Algorithmic strategies and applications. *Journal of the Operational Research Society*, Palgrave Macmillan Journals, v. 47, n. 3, p. 373–383, 1996.
- CAUSMAECKER, P. D.; DEMEESTER, P.; BERGHE, G. V. Evaluation of the university course timetabling problem with the linear numberings method. In: *Proceedings of the 25th workshop of the UK planning and scheduling special interest group*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 154–155.
- CESCHIA, S.; GASPERO, L. D.; SCHAERF, A. Design, engineering, and experimental analysis of a simulated annealing approach to the post-enrolment course timetabling problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 39, n. 7, p. 1615–1624, 2012.
- CHAUDHURI, A.; DE, K. Fuzzy genetic heuristic for university course timetable problem. *International Journal of Advances in Soft Computing and its Applications*, v. 2, n. 1, p. 100–121, 2010.
- CHEN, R.-M.; SHIH, H.-F. Solving university course timetabling problems using constriction particle swarm optimization with local search. *Algorithms*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 6, n. 2, p. 227–244, 2013.
- DAMMAK, A. et al. Course timetabling at a tunisian university: a case study. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, Springer, v. 17, n. 3, p. 334, 2008.
- DASKALAKI, S.; BIRBAS, T.; HOUSOS, E. An integer programming formulation for a case study in university timetabling. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 153, n. 1, p. 117–135, 2004.
- Dimensions. *Educational Timetabling*. 2021. Acesso em: 14/07/2021. Disponível em: https://app.dimensions.ai/discover/publication?search_mode=content&search_text=educational\%20timetabling&search_type=kws&search_field=full_search&.ga=2.66009966.1918638847.1626286244-337887871.1626286243.
- Escola Politécnica da USP. *Calendário e Horário para Primeiro e Terceiro Períodos de 2020*. 2019a.

Escola Politécnica da USP. *Calendário e Horário para Segundo e Quarto Períodos de 2020*. 2019b.

Escola Politécnica da USP. *Ciclo Básico*. 2021. Acesso em: 14/07/2021. Disponível em: <https://www.poli.usp.br/ensino/graduacao/aluno/ciclo-basico>.

Escola Politécnica da USP. *A Poli*. 2021. Acesso em: 14/07/2021. Disponível em: poli.usp.br/institucional/a-poli.

FONG, C. W. et al. A new hybrid imperialist swarm-based optimization algorithm for university timetabling problems. *Information Sciences*, Elsevier, v. 283, p. 1–21, 2014.

FONSECA, G. H. et al. Integer programming techniques for educational timetabling. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 262, n. 1, p. 28–39, 2017.

FÜGENSCHUH, A. Solving a school bus scheduling problem with integer programming. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 193, n. 3, p. 867–884, 2009.

GANGULI, R.; ROY, S. A study on course timetable scheduling using graph coloring approach. *International Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 12, n. 2, p. 469–485, 2017.

GASPERO, L. D.; MCCOLLUM, B.; SCHAERF, A. *The Second International Timetabling Competition (ITC-2007): Curriculum-based course timetabling (track 3)*. [S.l.], 2007.

GUNAWAN, A.; NG, K. M.; POH, K.-L. A mathematical programming model for a timetabling problem. In: CITESEER. *CSC*. [S.l.], 2006. p. 42–47.

HAELERMANS, C.; WITTE, K. D.; BLANK, J. L. On the allocation of resources for secondary schools. *Economics of Education Review*, Elsevier, v. 31, n. 5, p. 575–586, 2012.

INFORMS. *The Origins of OR*. 2021. Acesso em: 14/07/2021. Disponível em: <https://www.informs.org/Explore/History-of-O.R.-Excellence/Bibliographies/The-Origins-of-OR>.

JAT, S. N.; YANG, S. A memetic algorithm for the university course timetabling problem. In: IEEE. *2008 20th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence*. [S.l.], 2008. v. 1, p. 427–433.

JAT, S. N.; YANG, S. A guided search genetic algorithm for the university course timetabling problem. MISTA 2009, 2009.

JENSEN, T. R.; TOFT, B. *Graph Coloring Problems*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. v. 39.

JOHNES, J. Operational research in education. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 243, n. 3, p. 683–696, 2015.

KARGER, D. R.; STEIN, C.; WEIN, J. *Scheduling Algorithms*. [S.l.]: Citeseer, 1999.

KINGSTON, J. H. Educational timetabling. In: *Automated Scheduling and Planning*. [S.l.]: Springer, 2013. p. 91–108.

- KRISTIANSEN, S.; STIDSEN, T. R. A comprehensive study of educational timetabling, a survey. *Department of Management Engineering, Technical University of Denmark. DTU Management Engineering Report*, n. 8.2013, 2013.
- LACH, G.; LÜBBECKE, M. E. Curriculum based course timetabling: new solutions to udine benchmark instances. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 194, n. 1, p. 255–272, 2012.
- LEWIS, R.; THOMPSON, J. Analysing the effects of solution space connectivity with an effective metaheuristic for the course timetabling problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 240, n. 3, p. 637–648, 2015.
- LÜ, Z.; HAO, J.-K. Adaptive tabu search for course timetabling. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 200, n. 1, p. 235–244, 2010.
- LUKAS, S.; ARIBOWO, A.; MURCHI, M. Solving timetable problem by genetic algorithm and heuristic search case study. *Universitas Pelita Harapan Timetable, Real-World Applications of Genetic Algorithms, Dr. Olympia Roeva (Ed.)*, 2012.
- MIRHASSANI, S. A computational approach to enhancing course timetabling with integer programming. *Applied Mathematics and Computation*, Elsevier, v. 175, n. 1, p. 814–822, 2006.
- MODUPE, A. O.; OLUSAYO, O. E.; OLATUNDE, O. S. Development of a university lecture timetable using modified genetic algorithms approach. *International Journal*, v. 4, n. 9, p. 163–168, 2014.
- NAGATA, Y. Random partial neighborhood search for the post-enrollment course timetabling problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 90, p. 84–96, 2018.
- NCES. *Education Expenditures by Country*. 2021. Acesso em: 22/11/2021. Disponível em: <https://nces.ed.gov/programs/coe/indicator/cmd>.
- OLADOKUN, V.; BADMUS, S. An integer linear programming model of a university course timetabling problem. Akamai University, Hilo, HI, USA, 2008.
- OLIVER, R. M.; HOPKINS, D. S. An equilibrium flow model of a university campus. *Operations Research*, INFORMS, v. 20, n. 2, p. 249–264, 1972.
- PETROVIC, S.; BURKE, E. K. *University Timetabling*. [S.l.]: Citeseer, 2004.
- PHILLIPS, A. E. et al. Integer programming for minimal perturbation problems in university course timetabling. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 252, n. 2, p. 283–304, 2017.
- PILLAY, N. A survey of school timetabling research. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 218, n. 1, p. 261–293, 2014.
- PLATT, W. J. Education—rich problems and poor markets. *Management Science*, INFORMS, v. 8, n. 4, p. 408–418, 1962.
- PONGCHAROEN, P. et al. Stochastic optimisation timetabling tool for university course scheduling. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 112, n. 2, p. 903–918, 2008.

POWERCUBUS. *Horário Escolar é com PowerCubus!* 2017. Acesso em: 25/10/2021. Disponível em: <https://blog.powercubus.com.br/horario-escolar-e-com-o-powercubus/>.

POWERCUBUS. *Planos e Preços.* 2017. Acesso em: 25/10/2021. Disponível em: <https://powercubus.com.br/planos-e-precos>.

Programa URÂNIA. *Utilizando o URÂNIA: Ferramentas Auxiliares - Programa URÂNIA.* 2012a. Acesso em: 25/10/2021. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=dZSGhMHJXR8>.

Programa URÂNIA. *Utilizando o URÂNIA: Primeiros Passos - Programa URÂNIA.* 2012b. Acesso em: 25/10/2021. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=odqS1I9t6uk&t=38s>.

REDL, T. A. University timetabling via graph coloring: An alternative approach. *Congressus Numerantium*, Citeseer, v. 187, p. 174, 2007.

REDMOND, M. A. A computer program to aid assignment of student project groups. *ACM SIGCSE Bulletin*, ACM New York, NY, USA, v. 33, n. 1, p. 134–138, 2001.

RIBIĆ, S.; KONJICIJA, S. A two phase integer linear programming approach to solving the school timetable problem. In: IEEE. *Proceedings of the ITI 2010, 32nd International Conference on Information Technology Interfaces.* [S.l.], 2010. p. 651–656.

SCHAERF, A. A survey of automated timetabling. *Artificial Intelligence Review*, Springer, v. 13, n. 2, p. 87–127, 1999.

SCHIMMELPFENG, K.; HELBER, S. Application of a real-world university-course timetabling model solved by integer programming. *Or Spectrum*, Springer, v. 29, n. 4, p. 783–803, 2007.

STEFANO, C. D.; TETTAMANZI, A. G. An evolutionary algorithm for solving the school time-tabling problem. In: *Workshops on Applications of Evolutionary Computation.* [S.l.]: Springer, 2001. p. 452–462.

TAN, J. S. et al. A survey of the state-of-the-art of optimisation methodologies in school timetabling problems. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 165, p. 113943, 2021.

TORRES-OVALLE, C. et al. University course scheduling and classroom assignment. *Ingeniería y Universidad*, Pontificia Universidad Javeriana, v. 18, n. 1, p. 59–75, 2014.

TRIPATHY, A. Computerised decision aid for timetabling—a case analysis. *Discrete Applied Mathematics*, Elsevier, v. 35, n. 3, p. 313–323, 1992.

UNESCO. *What you need to know about the right to education.* 2020. Acesso em: 22/11/2021. Disponível em: <https://en.unesco.org/news/what-you-need-know-about-right-education>.

WOLSEY, L. A. *Integer Programming.* [S.l.]: John Wiley & Sons, 2020.

ANEXO A – DETALHAMENTO DO PRIMEIRO PERÍODO

Neste anexo, são apresentadas as informações detalhadas que foram utilizadas no modelo matemático para a solução do Problema de Agendamento de Aulas em Universidades no Primeiro Período do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP. Além disso, são detalhados os valores das variáveis de decisão obtidos por meio do experimento computacional para este período.

A Tabela 14 apresenta as informações relacionadas às disciplinas oferecidas no Primeiro Período do Ciclo Básico, incluindo número de turmas, frequência (semanal ou quinzenal), tipo de aula, carga horária e número de professores disponíveis. Enquanto a Tabela 15 realiza a associação entre os códigos oficiais das disciplinas e seus nomes.

A Tabela 16 apresenta as variáveis associadas às disciplinas oferecidas no período em questão, incluindo as variáveis: $k_{t,d,e,e+1}$, que assumem valor unitário se a turma t da disciplina d possui aulas alocadas nos dias e e $e+1$ do horizonte de planejamento; n_d , que indicam o número de dias do horizonte de planejamento em que turmas da disciplina d estão alocadas; e l_d , que indicam o número máximo de alunos alocados em uma turma da disciplina d .

A Tabela 17 apresenta as variáveis associadas aos cursos do período em questão, incluindo as variáveis: $j_{b,c,e}^2$ e $j_{b,c,e}^3$, que assumem valor unitário se o bloco b do curso c possui janela no segundo e no terceiro horários, respectivamente, do dia e ; e $m_{b,c}$, que indicam o número de dias do horizonte de planejamento em que turmas da disciplina d estão alocadas.

Tabela 14: Informações sobre as disciplinas do Primeiro Período.

Código	Turmas	Frequência	Tipo de aula	Carga horária	Professores disponíveis
313101	4	Semanal	Simples	2	3
4323101	12	Semanal	Simples	4	7
MAC2166	12	Semanal	Simples	4	9
MAT2453	12	Semanal	Simples	6	8
MAT3457	12	Semanal	Simples	4	7
PCC3100	19	Semanal	Dupla	4	2
PCS3100	1	Semanal	Simples	4	1
PEA3100	3	Semanal	Simples	4	3
PHA3101	1	Semanal	Simples	2	1
PMI3101	1	Semanal	Simples	2	1
PMI3103	1	Semanal	Simples	2	1
PMR3100	4	Semanal	Simples	4	4
PMT3100	5	Semanal	Simples	2	5
PMT3130	3	Quinzenal	Simples	1	1
PMT3130 PV	6	Quinzenal	Dupla	2	2
PMT3131	4	Quinzenal	Simples	1	1
PMT3131 PV	9	Quinzenal	Dupla	2	3
PMT3150	1	Semanal	Simples	2	1
PMT3151	1	Semanal	Simples	2	1
PNV3100	7	Semanal	Dupla	4	7
PQI3101	2	Semanal	Simples	2	2
PQI3101 PV	4	Semanal	Dupla	4	3
PQI3102	1	Quinzenal	Simples	1	1
PQI3102 PV	3	Quinzenal	Dupla	2	2
PQI3120	2	Semanal	Simples	2	2
PQI3120 PV	5	Quinzenal	Dupla	2	2
PRO3160	1	Semanal	Simples	4	1
PTR3111	3	Semanal	Dupla	4	3
QFL2129	2	Semanal	Dupla	4	2

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019a). Elaborado pela autora.

Tabela 15: Códigos das disciplinas oferecidas no Primeiro Período.

Código	Disciplina
313101	Introdução à Engenharia Civil
4323101	Física I
MAC2166	Introdução à Computação
MAT2453	Cálculo Diferencial e Integral I
MAT3457	Álgebra Linear I
PCC3100	Representação Gráfica para Projeto
PCS3100	Introdução à Engenharia de Computação
PEA3100	Energia, Meio Ambiente e Sustentabilidade
PHA3101	Introdução à Engenharia Ambiental
PMI3101	Introdução à Engenharia Aplicada à Indústria Mineral
PMI3103	Matérias Primas Minerais
PMR3100	Introdução a Engenharia Mecatrônica
PMT3100	Fundamentos de Ciência e Engenharia dos Materiais
PMT3130	Química dos Materiais Aplicada às Engenharias Civil e Ambiental
PMT3130 PV	Química dos Materiais Aplicada às Engenharias Civil e Ambiental - Prática Vinculada
PMT3131	Química dos Materiais Aplicada à Engenharia Elétrica
PMT3131 PV	Química dos Materiais Aplicada à Engenharia Elétrica - Prática Vinculada
PMT3150	Introdução à Engenharia Metalúrgica
PMT3151	Introdução à Engenharia de Materiais
PNV3100	Introdução à Engenharia
PQI3101	Fundamentos das Transformações Químicas
PQI3101 PV	Fundamentos das Transformações Químicas - Prática Vinculada
PQI3102	Introdução à Engenharia Química
PQI3102 PV	Introdução à Engenharia Química - Prática Vinculada
PQI3120	Química Tecnológica
PQI3120 PV	Química Tecnológica - Prática Vinculada
PRO3160	Introdução à Economia
PTR3111	Geomática I
QFL2129	Química Inorgânica

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019a). Elaborado pela autora.

Tabela 16: Valores das variáveis de decisão associadas às disciplinas do Primeiro Período.

Código da disciplina	$\sum_{t \in T_d} \sum_{e \in E^1 \setminus E^1 } k_{t,d,e,e+1}$	n_d	l_d
313101	0	4	34
4323101	0	10	111
MAC2166	3	10	144
MAT2453	9	10	145
MAT3457	4	10	117
PCC3100	0	10	106
PCS3100	0	4	35
PEA3100	0	8	55
PHA3101	0	2	55
PMI3101	0	2	40
PMI3103	0	2	40
PMR3100	0	6	16
PMT3100	0	6	86
PMT3130	0	2	96
PMT3130 PV	0	2	34
PMT3131	0	2	82
PMT3131 PV	0	5	43
PMT3150	0	2	50
PMT3151	0	2	50
PNV3100	0	4	45
PQI3101	0	4	65
PQI3101 PV	0	2	25
PQI3102	0	1	61
PQI3102 PV	0	1	21
PQI3120	0	4	62
PQI3120 PV	0	3	45
PRO3160	0	4	75
PTR3111	0	2	67
QFL2129	0	2	40

Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 17: Valores das variáveis de decisão associadas aos cursos do Primeiro Período.

Curso	$\sum_{b \in B_c} \sum_{e \in E} (j_{b,c,e}^2 + j_{b,c,e}^3)$	$\sum_{b \in B_c} m_{b,c}$
Engenharia de Computação	2	10
Engenharia Elétrica	7	60
Engenharia Civil	0	36
Engenharia Ambiental	0	19
Engenharia de Minas	0	16
Engenharia de Metais	0	18
Engenharia Naval	4	10
Engenharia Mecânica	3	40
Engenharia Química	0	27
Engenharia Mecatrônica	1	40
Engenharia de Produção	2	20

Fonte: Elaborado pela autora.

ANEXO B – DETALHAMENTO DO SEGUNDO PERÍODO

Neste anexo, são apresentadas as informações detalhadas que foram utilizadas no modelo matemático para a solução do Problema de Agendamento de Aulas em Universidades no Segundo Período do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP. Além disso, são detalhados os valores das variáveis de decisão obtidos por meio do experimento computacional para este período.

A Tabela 18 apresenta as informações relacionadas às disciplinas oferecidas no Segundo Período do Ciclo Básico, incluindo número de turmas, frequência (semanal ou quinzenal), tipo de aula, carga horária e número de professores disponíveis. Enquanto a Tabela 19 realiza a associação entre os códigos oficiais das disciplinas e seus nomes.

A Tabela 20 apresenta as variáveis associadas às disciplinas oferecidas no período em questão, incluindo as variáveis: $k_{t,d,e,e+1}$, que assumem valor unitário se a turma t da disciplina d possui aulas alocadas nos dias e e $e+1$ do horizonte de planejamento; n_d , que indicam o número de dias do horizonte de planejamento em que turmas da disciplina d estão alocadas; e l_d , que indicam o número máximo de alunos alocados em uma turma da disciplina d .

A Tabela 21 apresenta as variáveis associadas aos cursos do período em questão, incluindo as variáveis: $j_{b,c,e}^2$ e $j_{b,c,e}^3$, que assumem valor unitário se o bloco b do curso c possui janela no segundo e no terceiro horários, respectivamente, do dia e ; e $m_{b,c}$, que indicam o número de dias do horizonte de planejamento em que turmas da disciplina d estão alocadas.

Tabela 18: Informações sobre as disciplinas do Segundo Período.

Código	Turmas	Frequência	Tipo de aula	Carga horária	Professores disponíveis
313102	4	Semanal	Simple	4	2
323100	8	Semanal	Dupla	4	2
2100106	1	Semanal	Simple	2	1
4323102	12	Semanal	Simple	2	6
MAC0122	1	Semanal	Simple	4	1
MAT2454	12	Semanal	Simple	4	6
MAT3458	12	Semanal	Simple	4	6
PCC3101	1	Semanal	Simple	2	1
PCS3110	3	Semanal	Simple	4	3
PCS3111	7	Semanal	Dupla	4	2
PCS3115	2	Semanal	Simple	4	2
PEA3100	1	Semanal	Simple	4	1
PHA3001	2	Semanal	Simple	2	1
PME3100	12	Semanal	Dupla	8	8
PME3110	4	Quinzenal	Dupla	2	4
PME3120	1	Semanal	Simple	2	1
PME3120 PV	4	Semanal	Dupla	4	4
PMR3101	1	Semanal	Dupla	4	1
PMR3101 PV	4	Semanal	Simple	2	4
PMR3103	1	Semanal	Simple	2	1
PMR3103 PV	4	Quinzenal	Dupla	2	4
PMT3100	5	Semanal	Simple	2	3
PMT3110	4	Semanal	Simple	4	2
PMT3200	1	Semanal	Simple	4	1
PQI3103	3	Semanal	Simple	2	2
PQI3103 PV	3	Semanal	Simple	2	3
PQI3140	2	Quinzenal	Simple	2	1
PRO3206	3	Semanal	Simple	2	3
PRO3208	1	Semanal	Simple	4	1
PRO3213	2	Semanal	Simple	4	1
PRO3330	1	Semanal	Dupla	4	1
QFL2426	2	Semanal	Dupla	4	1

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019b). Elaborado pela autora.

Tabela 19: Códigos das disciplinas oferecidas no Segundo Período.

Código	Disciplina
313102	Introdução ao Projeto na Engenharia
323100	Introdução à Engenharia Elétrica
2100106	Sistema Oceano
4323102	Física II
MAC0122	Princípios de Desenvolvimento de Algoritmos
MAT2454	Cálculo Diferencial e Integral II
MAT3458	Álgebra Linear II
PCC3101	Geometria Gráfica para Engenharia
PCS3110	Algoritmos e Estruturas de Dados para Engenharia Elétrica
PCS3111	Laboratório de Programação Orientada a Objetos para Engenharia Elétrica
PCS3115	Sistemas Digitais I
PEA3100	Energia, Meio Ambiente e Sustentabilidade
PHA3001	Engenharia e Meio Ambiente
PME3100	Mecânica I
PME3110	Práticas de Oficina para Engenharia Mecânica
PME3120	Expressão Gráfica em Engenharia Mecânica
PME3120 PV	Expressão Gráfica em Engenharia Mecânica - Prática Vinculada
PMR3101	Introdução à Manufatura Mecânica
PMR3101 PV	Introdução à Manufatura Mecânica - Prática Vinculada
PMR3103	Introdução ao Projeto de Máquinas
PMR3103 PV	Introdução ao Projeto de Máquinas - Prática Vinculada
PMT3100	Fundamentos de Ciência e Engenharia dos Materiais
PMT3110	Introdução à Ciência dos Materiais para Engenharia
PMT3200	Ciência dos Materiais
PQI3103	Conservação de Massa e Energia
PQI3103 PV	Conservação de Massa e Energia - Prática Vinculada
PQI3140	Laboratório de Fundamentos das Transformações Químicas
PRO3206	Introdução à Economia
PRO3208	Introdução à Economia
PRO3213	Princípios de Administração de Empresas
PRO3330	Engenharia e Sociedade
QFL2426	Físico Química XVII

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019b). Elaborado pela autora.

Tabela 20: Valores das variáveis de decisão associadas às disciplinas do Segundo Período.

Código da disciplina	$\sum_{t \in T_d} \sum_{e \in E^1 \setminus E^1 } k_{t,d,e,e+1}$	n_d	l_d
313102	0	6	62
323100	0	6	21
2100106	0	2	45
4323102	0	10	119
MAC0122	0	4	70
MAT2454	4	10	122
MAT3458	1	10	156
PCC3101	0	2	40
PCS3110	0	8	62
PCS3111	0	6	40
PCS3115	0	4	35
PEA3100	0	4	70
PHA3001	0	4	93
PME3100	0	10	111
PME3110	0	1	18
PME3120	0	2	70
PME3120 PV	0	4	18
PMR3101	0	2	61
PMR3101 PV	0	4	16
PMR3103	0	2	45
PMR3103 PV	0	2	12
PMT3100	0	2	95
PMT3110	1	6	112
PMT3200	0	4	61
PQI3103	0	2	61
PQI3103 PV	0	4	65
PQI3140	0	1	38
PRO3206	0	6	68
PRO3208	0	4	61
PRO3213	1	8	103
PRO3330	0	2	75
QFL2426	0	2	31

Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 21: Valores das variáveis de decisão associadas aos cursos do Segundo Período.

Curso	$\sum_{b \in B_c} \sum_{e \in E} (j_{b,c,e}^2 + j_{b,c,e}^3)$	$\sum_{b \in B_c} m_{b,c}$
Engenharia de Computação	0	18
Engenharia Elétrica	6	78
Engenharia Civil	0	32
Engenharia Ambiental	0	18
Engenharia de Minas	0	8
Engenharia de Metais	0	20
Engenharia Naval	0	40
Engenharia Mecânica	5	40
Engenharia Química	0	20
Engenharia Mecatrônica	0	4
Engenharia de Produção	2	20

Fonte: Elaborado pela autora.

ANEXO C – DETALHAMENTO DO TERCEIRO PERÍODO

Neste anexo, são apresentadas as informações detalhadas que foram utilizadas no modelo matemático para a solução do Problema de Agendamento de Aulas em Universidades no Terceiro Período do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP. Além disso, são detalhados os valores das variáveis de decisão obtidos por meio do experimento computacional para este período.

A Tabela 22 apresenta as informações relacionadas às disciplinas oferecidas no Terceiro Período do Ciclo Básico, incluindo número de turmas, frequência (semanal ou quinzenal), tipo de aula, carga horária e número de professores disponíveis. Enquanto a Tabela 23 realiza a associação entre os códigos oficiais das disciplinas e seus nomes.

A Tabela 24 apresenta as variáveis associadas às disciplinas oferecidas no período em questão, incluindo as variáveis: $k_{t,d,e,e+1}$, que assumem valor unitário se a turma t da disciplina d possui aulas alocadas nos dias e e $e+1$ do horizonte de planejamento; n_d , que indicam o número de dias do horizonte de planejamento em que turmas da disciplina d estão alocadas; e l_d , que indicam o número máximo de alunos alocados em uma turma da disciplina d .

A Tabela 25 apresenta as variáveis associadas aos cursos do período em questão, incluindo as variáveis: $j_{b,c,e}^2$ e $j_{b,c,e}^3$, que assumem valor unitário se o bloco b do curso c possui janela no segundo e no terceiro horários, respectivamente, do dia e ; e $m_{b,c}$, que indicam o número de dias do horizonte de planejamento em que turmas da disciplina d estão alocadas.

Tabela 22: Informações sobre as disciplinas do Terceiro Período.

Código	Turmas	Frequência	Tipo de aula	Carga horária	Professores disponíveis
303200	13	Semanal	Simples	2	6
440208	1	Semanal	Simples	2	1
4323201	10	Quinzenal	Dupla	2	4
4323203	12	Semanal	Simples	4	6
GMG3201	3	Semanal	Simples	2	3
MAC0321	2	Semanal	Dupla	4	2
MAT2455	13	Semanal	Simples	4	6
PCC3221	4	Semanal	Dupla	4	4
PCC3260	2	Semanal	Simples	4	2
PCS3115	4	Semanal	Simples	4	4
PCS3213	1	Semanal	Simples	4	1
PEF3200	3	Semanal	Dupla	4	3
PEF3202	2	Semanal	Simples	4	2
PEF3207	1	Semanal	Simples	4	1
PEF3208	4	Semanal	Simples	2	4
PHA3001	2	Semanal	Simples	2	2
PHA3203	3	Semanal	Simples	2	3
PME3033	2	Semanal	Simples	2	2
PME3200	6	Semanal	Simples	4	6
PME3210	2	Semanal	Simples	4	2
PME3220	1	Semanal	Simples	4	1
PME3221	1	Semanal	Simples	4	1
PME3222	3	Semanal	Simples	2	3
PME3222 PV	4	Quinzenal	Dupla	2	4
PME3238	1	Semanal	Simples	4	1
PMR3201	1	Semanal	Simples	4	1
PMR3201 PV	3	Semanal	Simples	2	3
PMR3202	2	Semanal	Simples	2	2
PMR3202 PV	5	Semanal	Dupla	4	5
PMR3203	1	Semanal	Simples	2	1
PMR3203 PV	3	Semanal	Simples	2	3
PMT3200	1	Semanal	Simples	4	1
PMT3202	1	Semanal	Simples	2	1
PMT3205	1	Semanal	Simples	4	1
PNV3210	1	Semanal	Simples	4	1
PNV3212	1	Semanal	Simples	4	1
PQI3104	1	Semanal	Simples	4	1
PQI3203 TV	2	Semanal	Simples	2	2
PQI3203 PV	3	Semanal	Simples	2	3
PQI3211	1	Semanal	Simples	4	1
PQI3221	1	Semanal	Simples	4	1
PRO3151	2	Semanal	Simples	4	2
PRO3211	3	Semanal	Simples	2	3
PSI3211	4	Semanal	Simples	4	4
PSI3212	6	Semanal	Dupla	4	6
PTR3111	1	Semanal	Dupla	4	1
QFL2427	1	Semanal	Simples	4	1
QFL2129 TV	1	Semanal	Simples	2	1
QFL2129 PV	1	Semanal	Simples	2	1

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019a). Elaborado pela autora.

Tabela 23: Códigos das disciplinas oferecidas no Terceiro Período.

Código	Disciplina
303200	Probabilidade
440208	Introdução à Geologia
4323201	Física Experimental A
4323203	Física III
GMG3201	Fundamentos de Geologia e Mineralogia
MAC0321	Laboratório de Programação Orientada a Objetos
MAT2455	Cálculo Diferencial e Integral III
PCC3221	Materiais de Construção I
PCC3260	Física das Construções
PCS3115	Sistemas Digitais I
PCS3213	Engenharia de Software
PEF3200	Introdução à Mecânica das Estruturas
PEF3202	Introdução à Mecânica dos Sólidos
PEF3207	Resistência dos Materiais
PEF3208	Fundamentos de Mecânica das Estruturas
PHA3001	Engenharia e Meio Ambiente
PHA3203	Engenharia Civil e o Meio Ambiente
PME3033	Noções de Mecânica dos Fluidos
PME3200	Mecânica II
PME3210	Mecânica dos Sólidos I
PME3220	Propriedades e Estrutura dos Materiais
PME3221	Introdução à Manufatura Mecânica
PME3222	Mecânica dos Fluidos para Engenharia Civil
PME3222 PV	Mecânica dos Fluidos para Engenharia Civil - Prática Vinculada
PME3238	Fenômenos de Transporte
PMR3201	Computação para Automação
PMR3201 PV	Computação para Automação - Prática Vinculada
PMR3202	Introdução ao Projeto de Sistemas Mecânicos
PMR3202 PV	Introdução ao Projeto de Sistemas Mecânicos - Prática Vinculada
PMR3203	Introdução à Manufatura Mecânica
PMR3203 PV	Introdução à Manufatura Mecânica - Prática Vinculada
PMT3200	Ciência dos Materiais
PMT3202	Diagramas de Equilíbrio
PMT3205	Físico-Química para Metalurgia e Materiais I
PNV3210	Introdução à Engenharia Naval e Oceânica
PNV3212	Mecânica dos Sólidos I
PQI3104	Termodinâmica Química I
PQI3203	Fenômenos de Transporte I
PQI3203 PV	Fenômenos de Transporte I - Prática Vinculada
PQI3211	Processos Químicos
PQI3221	Cinética Química e Processos Ambientais
PRO3151	Laboratório de Sistemas de Informação
PRO3211	Introdução à Administração
PSI3211	Circuitos Elétricos I
PSI3212	Laboratório de Circuitos Elétricos
PTR3111	Geomática I
QFL2427	Físico - Química XVIII
QFL2129	Química Inorgânica
QFL2129 PV	Química Inorgânica - Prática Vinculada

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019a). Elaborado pela autora.

Tabela 24: Valores das variáveis de decisão associadas às disciplinas do Terceiro Período.

Código da disciplina	$\sum_{t \in T_d} \sum_{e \in E^1 \setminus E^1 } k_{t,d,e,e+1}$	n_d	l_d
303200	0	8	135
440208	0	2	40
4323201	0	6	182
4323203	5	10	194
GMG3201	0	2	67
MAC0321	0	2	20
MAT2455	10	10	163
PCC3221	0	4	34
PCC3260	1	6	101
PCS3115	1	8	60
PCS3213	1	4	40
PEF3200	0	4	94
PEF3202	0	8	38
PEF3207	0	4	61
PEF3208	0	4	90
PHA3001	0	2	36
PHA3203	0	6	67
PME3033	0	2	20
PME3200	2	10	38
PME3210	1	6	47
PME3220	1	4	70
PME3221	1	4	70
PME3222	0	2	68
PME3222 PV	0	3	34
PME3238	0	4	55
PMR3201	1	4	61
PMR3201 PV	0	4	25
PMR3202	0	4	36
PMR3202 PV	0	4	13
PMR3203	0	2	45
PMR3203 PV	0	6	15
PMT3200	0	4	61
PMT3202	0	2	50
PMT3205	0	4	50
PNV3210	0	4	45
PNV3212	0	4	45
PQI3104	0	4	61
PQI3203	0	2	50
PQI3203 PV	0	6	40
PQI3211	0	4	75
PQI3221	0	4	55
PRO3151	0	6	38
PRO3211	0	4	68
PSI3211	0	10	60
PSI3212	0	6	30
PTR3111	0	2	40
QFL2427	0	4	61
QFL2129	0	2	90
QFL2129 PV	0	6	90

Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 25: Valores das variáveis de decisão associadas aos cursos do Terceiro Período.

Curso	$\sum_{b \in B_c} \sum_{e \in E} (j_{b,c,e}^2 + j_{b,c,e}^3)$	$\sum_{b \in B_c} m_{b,c}$
Engenharia de Computação	0	20
Engenharia Elétrica	17	60
Engenharia Civil	2	40
Engenharia Ambiental	6	18
Engenharia de Minas	0	20
Engenharia de Metais	0	20
Engenharia Naval	4	28
Engenharia Mecânica	3	30
Engenharia Química	0	8
Engenharia Mecatrônica	16	50
Engenharia de Produção	0	17

Fonte: Elaborado pela autora.

ANEXO D – DETALHAMENTO DO QUARTO PERÍODO

Neste anexo, são apresentadas as informações detalhadas que foram utilizadas no modelo matemático para a solução do Problema de Agendamento de Aulas em Universidades no Quarto Período do Ciclo Básico da Escola Politécnica da USP. Além disso, são detalhados os valores das variáveis de decisão obtidos por meio do experimento computacional para este período.

A Tabela 26 apresenta as informações relacionadas às disciplinas oferecidas no Quarto Período do Ciclo Básico, incluindo número de turmas, frequência (semanal ou quinzenal), tipo de aula, carga horária e número de professores disponíveis. Enquanto a Tabela 27 realiza a associação entre os códigos oficiais das disciplinas e seus nomes.

A Tabela 28 apresenta as variáveis associadas às disciplinas oferecidas no período em questão, incluindo as variáveis: $k_{t,d,e,e+1}$, que assumem valor unitário se a turma t da disciplina d possui aulas alocadas nos dias e e $e+1$ do horizonte de planejamento; n_d , que indicam o número de dias do horizonte de planejamento em que turmas da disciplina d estão alocadas; e l_d , que indicam o número máximo de alunos alocados em uma turma da disciplina d .

A Tabela 29 apresenta as variáveis associadas aos cursos do período em questão, incluindo as variáveis: $j_{b,c,e}^2$ e $j_{b,c,e}^3$, que assumem valor unitário se o bloco b do curso c possui janela no segundo e no terceiro horários, respectivamente, do dia e ; e $m_{b,c}$, que indicam o número de dias do horizonte de planejamento em que turmas da disciplina d estão alocadas.

Tabela 26: Informações sobre as disciplinas do Quarto Período.

Código	Turmas	Frequência	Tipo de aula	Carga horária	Professores disponíveis
4323202	10	Quinzenal	Dupla	2	2
4323204	9	Semanal	Simples	4	6
MAT2456	10	Semanal	Simples	4	6
PCC3222	4	Semanal	Simples	2	4
PCC3231	4	Semanal	Dupla	4	4
PCC3260	3	Semanal	Simples	2	3
PCS3225	4	Semanal	Simples	4	4
PEA3201	1	Semanal	Simples	2	1
PEA3201 PV	4	Quinzenal	Dupla	2	2
PEA3288	1	Semanal	Simples	2	1
PEA3290	1	Semanal	Simples	2	1
PEF3201	4	Semanal	Simples	4	4
PEF3202	1	Semanal	Simples	4	1
PHA3001	1	Semanal	Simples	2	1
PHA3201	1	Semanal	Simples	4	1
PME3201	4	Quinzenal	Dupla	2	2
PME3211	1	Semanal	Simples	4	1
PME3230	4	Semanal	Simples	2	2
PME3230 PV	12	Quinzenal	Dupla	2	2
PMI3021	2	Semanal	Simples	2	2
PMI3211	1	Semanal	Simples	2	1
PMR3220	2	Semanal	Simples	4	2
PMT3206	1	Semanal	Simples	4	1
PNV3222	1	Semanal	Simples	4	1
PQI3201	1	Semanal	Simples	4	1
PQI3202	1	Semanal	Simples	4	1
PQI3202 PV	2	Semanal	Simples	2	2
PQI3222	1	Semanal	Simples	4	1
PRO3200	10	Semanal	Simples	4	4
PRO3252	1	Semanal	Simples	4	1
PSI3024	1	Semanal	Dupla	8	1
PSI3213	4	Semanal	Simples	4	4
PSI3214	6	Quinzenal	Dupla	2	4
PTC3213	3	Semanal	Simples	4	3
QFL2308	2	Semanal	Simples	2	2
QFL2308 PV	2	Quinzenal	Dupla	2	2
QFL2426	2	Semanal	Dupla	4	2

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019b). Elaborado pela autora.

Tabela 27: Códigos das disciplinas oferecidas no Quarto Período.

Código	Disciplina
4323202	Física Experimental B
4323204	Física IV
MAT2456	Cálculo Diferencial e Integral IV
PCC3222	Materiais de Construção II
PCC3231	Tecnologia e Gestão da Produção de Obras Civas: Princípios e Fundamentos
PCC3260	Física das Construções
PCS3225	Sistemas Digitais II
PEA3201	Eletricidade Geral II
PEA3201 PV	Eletricidade Geral II - Prática Vinculada
PEA3288	Eletricidade I
PEA3290	Eletrotécnica Aplicada I
PEF3201	Resistência dos Materiais e Estática das Construções I
PEF3202	Introdução à Mecânica dos Sólidos
PHA3001	Engenharia e Meio Ambiente
PHA3201	Hidráulica Ambiental 1
PME3201	Laboratório de Simulações Numéricas
PME3211	Mecânica dos Sólidos II
PME3230	Mecânica dos Fluidos I
PME3230 PV	Mecânica dos Fluidos I - Prática Vinculada
PMI3021	Técnicas de Caracterização de Materiais
PMI3211	Reagentes Aplicados à Indústria de Mineração
PMR3220	Projeto de Mecanismos
PMT3206	Físico-Química para Metalurgia e Materiais II
PNV3222	Mecânica dos Sólidos II
PQI3201	Termodinâmica Química II
PQI3202	Fenômenos de Transporte I
PQI3202 PV	Fenômenos de Transporte I - Prática Vinculada
PQI3222	Química Ambiental e Fundamentos de Termodinâmica
PRO3200	Estatística
PRO3252	Automação e Controle
PSI3024	Eletrônica
PSI3213	Circuitos Elétricos II
PSI3214	Laboratório de Instrumentação Elétrica
PTC3213	Eletromagnetismo
QFL2308	Introdução à Química Orgânica
QFL2308 PV	Introdução à Química Orgânica - Prática Vinculada
QFL2426	Físico - Química XVII

Fonte: Escola Politécnica da USP (2019b). Elaborado pela autora.

Tabela 28: Valores das variáveis de decisão associadas às disciplinas do Quarto Período.

Código da disciplina	$\sum_{t \in T_d} \sum_{e \in E^1 \setminus E^1 } k_{t,d,e,e+1}$	n_d	l_d
4323202	0	5	139
4323204	2	6	111
MAT2456	1	10	141
PCC3222	0	2	34
PCC3231	0	2	34
PCC3260	0	4	67
PCS3225	0	8	94
PEA3201	0	2	61
PEA3201 PV	0	2	16
PEA3288	0	2	45
PEA3290	0	2	55
PEF3201	0	4	67
PEF3202	0	4	61
PHA3001	0	2	75
PHA3201	0	4	55
PME3201	0	2	18
PME3211	0	4	70
PME3230	0	6	94
PME3230 PV	0	5	19
PMI3021	0	2	65
PMI3211	0	2	40
PMR3220	0	4	53
PMT3206	0	4	50
PNV3222	0	4	45
PQI3201	0	4	61
PQI3202	0	4	61
PQI3202 PV	0	2	31
PQI3222	0	4	55
PRO3200	1	10	125
PRO3252	0	4	75
PSI3024	0	4	40
PSI3213	0	6	63
PSI3214	0	3	32
PTC3213	0	8	94
QFL2308	0	2	56
QFL2308 PV	0	1	56
QFL2426	0	2	50

Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 29: Valores das variáveis de decisão associadas aos cursos do Quarto Período.

Curso	$\sum_{b \in B_c} \sum_{e \in E} (j_{b,c,e}^2 + j_{b,c,e}^3)$	$\sum_{b \in B_c} m_{b,c}$
Engenharia de Computação	2	19
Engenharia Elétrica	0	54
Engenharia Civil	0	28
Engenharia Ambiental	0	8
Engenharia de Minas	0	8
Engenharia de Metais	0	16
Engenharia Naval	0	16
Engenharia Mecânica	0	34
Engenharia Química	0	18
Engenharia Mecatrônica	2	36
Engenharia de Produção	0	37

Fonte: Elaborado pela autora.